

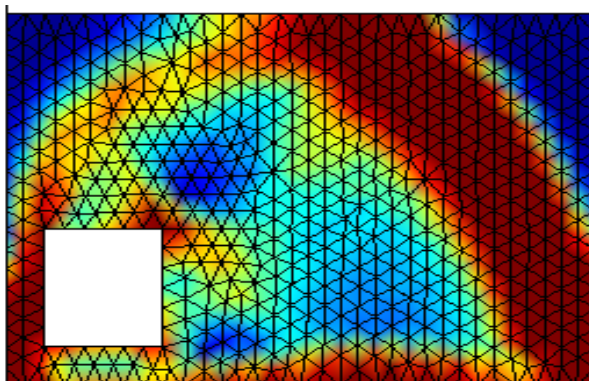


Escola Tècnica Superior d'Enginyers
de Camins, Canals i Ports de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TREBALL FI DE CARRERA ENGINYERIA TÈCNICA D'OBRES PÚBLIQUES

**AVALUACIÓ D'UNA METODOLOGIA DE GENERACIÓ
AUTOMÀTICA DE BIELES I TIRANTS PER EL
DIMENSIONAMENT DE REGIONS D,
EN ESTRUCTURES DE FORMIGÓ.
706-TRE-OP-4174**



Autora

Mireia Planas Cerezales

Tutor

Jesús Miguel Bairán García

Departament

Enginyeria de la Construcció

Data

Barcelona, maig de 2.010

RESUM

Títol: Avaluació d'una metodologia de generació automàtica de bieles i tirants per el dimensionament de regions D, en estructures de formigó.
Autora: Mireia Planas Cerezales.
Tutor: Jesús Miguel Bairán García.

Habitualment en el disseny de formigó estructural es distingeixen dues regions diferents en les estructures. És a dir, les regions B o aquelles en què és aplicable la teoria general a flexió i les regions D en les què aquesta teoria no és aplicable. Algunes regions D es poden trobar per exemple en bigues de gran cantell, o en zones on existeixen obertures, canvis de geometria i les zones d'aplicació de càrregues puntuals. En la majoria dels codis actuals, el disseny de les regions D es porta a terme mitjançant el mètode de bieles i tirants.

Aquests mètode és un cas particular del teorema del límit inferior de la Teoria de la Plasticitat i consisteix en la substitució de l'estructura per una gelosia equivalent. Aquesta gelosia està formada per bieles, tirants i nusos. Les bieles representen els camps de compressions generats dins de l'estructura i els tirants representen els camps de tracció. Els nusos són els punts d'unió entre les diferents bieles i tirants que formen l'estructura interna.

En general, existeixen múltiples solucions per a la gelosia equivalent. Per tant, la determinació de l'estructura interna de bieles i tirants, és especialment complicat si les regions d'estudi no són les estudiades i utilitzades freqüentment. El problema de trobar l'estructura de bieles i tirants recau especialment, en què per a una regió D hi ha diverses gelosies encarregades de transmetre els esforços aplicats a la secció fins als recolzaments, i determinar quina de totes les estructures possibles resulta la més eficient.

Tenint en compte aquest problema, el mètode de bieles i tirants s'utilitza gairebé en exclusiva en les regions conegudes on estan establerts determinades quanties d'armadures. Aquest fet, remarca l'interés de desenvolupar una metodologia per generar les estructures internes de qualsevol regió D, que pugés sorgir en el dia a dia en les estructures a dissenyar.

Aquesta tesi, té com a objectiu provar i avaluar aquest programa per comprovar si la metodologia del programa és capaç d'obtenir possibles estructures de bieles i tirants per a les diferents regions D en les estructures de formigó. Per assolir el primer objectiu, s'ha triat diverses regions D i s'utilitzaran per generar les diferents estructures que seran analitzades per el programa. Una vegada definit el problema de regió D, és necessari generar una malla d'elements finits que ens servirà per a l'anàlisi. Un dels aspectes avaluats en aquests estudi és la influència de la malla, en l'esquema final obtingut.

La metodologia per generar les estructures internes de bieles i tirants es realitza a partir d'un anàlisi lineal elàstic de les regions D. Seguint criteris energètics, l'eficiència dels diferents elements de la malla es modifiquen, i per tant les compressions i els camps de traccions tendeixen a concentrar-se i formar l'estructura equivalent. S'investiguen dos criteris diferents, el primer no té en compte consideracions constructives, per tant pot existir inclinacions de l'armadura en la solució final. El segon criteri, tracta de conduir els camps de tensió en sentit vertical i horitzontal amb l'objectiu de produir dissenys més fàcils de construir. L'eficiència d'aquests criteris en l'assoliment dels diferents objectius és un altre aspecte a avaluar en aquest estudi.

Posteriorment, es dissenya l'armadura dels casos seleccionats de les regions D equivalent obtinguts pel programa abans esmentat. Aquesta serà dissenyada seguint les normativa de disseny espanyol actual per tal de verificar que les solucions proposades són aplicables.

Finalment, s'extreuen les principals conclusions i es proposen possibles millores per el model i el programa.

ABSTRACT

Title: Assessment methodology for automatic generation of strut and tie for the dimensioning of D regions in concrete structures.
Author: Mireia Planas Cerezales.
Tutor: Jesus Miguel Bairán Garcia.

Current practice in structural concrete design distinguishes between two different regions in structures. Namely, B-regions where or those in which general theory is applicable to bending and D-regions where this theory is not applicable. Some D-regions can be found for example in deep beams, areas with openings, change of geometry and zones of application of point loads. In most current codes, the design of D-regions is carried out by means of the Strut-and-Tie method.

This method is a specific case of the Lower Bound Theorem of the Theory of Plasticity and consists in replacing the structure by an equivalent truss system. This truss is formed by struts, ties and nodes. The struts represent the compression stress fields generated within the structure and ties represent the tension stress fields. The nodes are the points of union between the different struts and ties that form the internal structure.

In general, multiple solutions may exist for the equivalent truss. Therefore, determining the internal structure of struts and ties, is particularly complicated if the study regions are used frequently. The problem of finding the structure of struts and ties lies especially in a D-region that there are multiple trusses capable of driving the stresses to the support, and determine which of all possible structures is the most efficient.

Given this problem, the method of connecting struts and ties, is used almost exclusively in known regions where almost established truss schemes exist. This highlights the interest of developing a methodology to generate structures for any region that can arise in the day to day in the calculation structures.

This thesis, aims to test and evaluate this program to verify if the methodology of the program is capable of obtaining plausible strut-and-tie schemes for different D-regions of concrete structures. To achieve our first objective, several D-regions have been chosen and will be used to generate the different structures that will be analyzed by program. Once the D-region problem is defined, a finite element mesh needs to be generated that will serve us for the analysis. One of the aspects evaluated in this study is the influence of the mesh size in the final scheme obtained.

The methodology for generating the strut-and-tie schemes starts from a linear elastic analysis of the D-region. After following energetic criteria, the efficiency of the different elements of the mesh is modified and consequently compression and tension fields tend to concentrate and form the equivalent truss. Two different energetic criteria are investigated, the first one does not account for constructability considerations, hence inclined reinforcements (ties) may exist in the final solution. The second criterion, tries to drive tension fields into the vertical or horizontal directions with the aim of producing easier to construct designs. The effectiveness of these criteria in achieving the different objectives is another aspect to be evaluated in this study.

Afterwards, selected cases of D-regions with equivalent truss obtained by the above-mentioned program will be designed following the current Spanish design code in order to verify that the proposed solutions are applicable.

Finally, main conclusions and recommendations are drawn and some improvements for the model and the program are proposed.

ÍNDEX

1	INTRODUCCIÓ I OBJECTIUS	6
1.1	INTRODUCCIÓ	6
1.2	MOTIVACIÓ	6
1.3	OBJECTIUS	7
1.4	METODOLOGIA	7
2	ESTAT DEL CONEIXAMENT.....	8
2.1	INTRODUCCIÓ	8
2.2	TIPUS DE REGIONS EN UNA ESTRUCTURA	8
2.3	MODELS TEÒRICS EXISTENTS PER PROJECTAR REGIONS D (REGIONS DE DISCONTINUITATS)	9
2.4	ORIGEN DEL MÈTODE DE BIELES I TIRANTS	10
2.5	BASSES DEL MÈTODE DE BIELES I TIRANTS.....	10
2.6	EXPLICACIÓ DEL MÈTODE DE BIELES I TIRANTS	12
2.6.1	<i>Principis generals del mètode.....</i>	<i>12</i>
2.7	PASSES A SEGUIR PER EL CÀLCUL MITJANÇANT EL MÈTODE DE BIELES I TIRANTS	13
2.7.1	<i>Determinació de les carregues que actuen</i>	<i>13</i>
2.7.2	<i>Definició del model de bieles i tirants</i>	<i>15</i>
2.7.3	<i>Càlcul d'esforços en bieles i tirants del model proposat.</i>	<i>17</i>
2.7.4	<i>Determinar àrea d'armadures per els tirants i les bieles.</i>	<i>17</i>
2.7.4.1	<i>Armadura tirants:</i>	<i>17</i>
2.7.4.2	<i>Armadura bieles:</i>	<i>18</i>
2.7.5	<i>Capacitat resistent de les bieles.....</i>	<i>18</i>
2.7.6	<i>Capacitat resistent dels tirants.</i>	<i>20</i>
2.7.7	<i>Capacitat resistent del nusos.</i>	<i>20</i>
2.7.8	<i>Disseny d'ancoratges de les armadures.</i>	<i>21</i>
2.8	MODELS NUMÈRICS EXISTENTS.....	21
2.9	MODELS HABITUALS PER ALGUNES REGIONS D.	22
2.9.1	<i>Recolzament a mitja mossa.....</i>	<i>22</i>
2.9.2	<i>Biga de gran cantell amb una obertura.</i>	<i>24</i>
2.9.3	<i>Ménsula curta.</i>	<i>32</i>
2.9.3.1	<i>Cas en que el moment flector no canvia de signe per l'acció de la càrrega puntual sobre la ménsula curta..</i>	<i>33</i>
2.9.3.2	<i>Cas en que el moment flector canvia de signe per l'acció de la càrrega puntual sobre la ménsula curta..</i>	<i>34</i>
2.9.4	<i>Nusos i colzes en pòrtics.</i>	<i>36</i>

2.9.4.1	<i>Compressions a les cares interiors dels pilars amb el tirant del pilar superior inferior al tallant de la part dreta de la biga.</i>	37
2.9.4.2	<i>Compressions a les cares interiors dels pilars amb el tirant del pilar superior superior al tallant de la part dreta de la biga.</i>	37
2.9.4.3	<i>Compressions a les cares interiors dels pilars amb el tirant del pilar superior igual al tallant de la part dreta de la biga.</i>	38
2.9.4.4	<i>Compressions a les cares exteriors dels pilars amb el tirant del pilar superior inferior al tallant de la part dreta de la biga.</i>	38
2.9.4.5	<i>Compressions a les cares exteriors dels pilars amb el tirant del pilar superior al tallant de la part dreta de la biga.</i>	39
3	MÈTODE DE GENERACIÓ DE CAMPS DE COMPRESSIONS I TRACCIIONS PER BIELES I TIRANTS	40
3.1	INTRODUCCIÓ	40
3.2	MÈTODE PROPOSAT	42
3.2.1	<i>Cos lliure de la regió D</i>	42
3.2.2	<i>Anàlisi elàstic</i>	44
3.2.3	<i>Factor d'eficiència</i>	44
3.2.4	<i>Identificar camps de traccions i compressions</i>	49
4	CASOS D'ESTUDI	50
4.1	RECOLZAMENT A MITJA MOSSA, RECOLZAT A LA PART INFERIOR ESQUERRA	50
4.1.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció</i>	51
4.1.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals</i>	53
4.2	BIGA DE GRAN CANTELL AMB UNA OBERTURA	55
4.2.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció</i>	56
4.2.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals</i>	58
4.3	BIGA DE MAXWELL, B.S. I BEEM, J.E. (2000)	61
4.3.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció</i>	61
4.3.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals</i>	64
4.4	MÈNSULA CURTA	66
4.4.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció</i>	66
4.4.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals</i>	68
4.5	BIGA DE GRAN CANTELL AMB UNA OBERTURA TIPUS II	71
4.5.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció</i>	71
4.5.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals</i>	73
4.6	NUS EDIFICACIÓ	74
4.6.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció</i>	75
4.6.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals</i>	77
5	ESTUDI D'INFLUÈNCIA DE LA MALLA	80

5.1	RECOLZAMENT A MITJA MOSSA, RECOLZAT A LA PART INFERIOR ESQUERRA	80
5.1.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:.....</i>	80
5.1.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:.....</i>	85
5.2	BIGA DE GRAN CANTELL AMB UNA OBERTURA.	89
5.2.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:.....</i>	89
5.2.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:.....</i>	93
5.3	BIGA DE MAXWELL B.S. I BEEM J.E. (2000).....	96
5.3.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:.....</i>	96
5.3.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:.....</i>	100
5.4	MÈNSULA CURTA.....	103
5.4.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:.....</i>	103
5.4.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:.....</i>	103
6	DIMENSIONAMENT DE CÀLCULS SELECCIONATS.....	110
6.1	MÈNSULA CURTA.....	110
6.1.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:.....</i>	110
6.1.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:.....</i>	114
6.2	BIGA DE GRAN CANTELL AMB UNA OBERTURA TIPUS II.....	118
6.2.1	<i>Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:.....</i>	118
6.2.2	<i>Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:.....</i>	125
7	CONCLUSIONS	134
7.1	CONCLUSIONS EXTRETES DE LA REALITZACIÓ DE LA TESINA.	134
7.2	FUTURES LÍNEES D'INVESTIGACIÓ.	136
8	BIBLIOGRAFIA.....	137
9	ALTRA BIBLIOGRAFIA CONSULTADA.....	137

1 INTRODUCCIÓ I OBJECTIUS

1.1 Introducció

En l'actualitat, el mètode de bieles i tirants, tal i com més endavant s'explicarà, constitueix un bon mètode per a projectar estructures. Especialment útil, per aquelles estructures on no es pot aplicar els mètodes generals de bigues. Aquestes regions conegudes com les regions D seran a les que es dirigeix l'estudi d'aquesta tesina.

L'aplicació d'aquest mètode de bieles i tirants, implica que el projectista defineixi l'estructura interna formada per les bieles i tirants més adient. A l'actualitat podem trobar molts exemple d'estructures de bieles i tirants en les bibliografies, especialment per a seccions o figures típiques com pilons, sabates, mènsules o bigues entre d'altres.

La problemàtica de la utilització del mètode de bieles i tirants recau alhora de dissenyar geometries que no segueixen els patrons ja estudiats. Per tant, cal formular les estructures de bieles i tirants per aquestes regions, i això no sempre resulta fàcil donat les grans incerteses que es generen. Un exemple d'aquest cas, correspon alhora de dissenyar bigues de naus industrials o aparcaments. La gran magnitud d'aquestes bigues, i la necessitat de ser inserir serveis a través d'aquestes bigues implica dissenyar regions D, específiques per cada cas. A l'actualitat, donat les grans incerteses de disseny, es recorre a sobredimensionar l'armadura de les regions desconegudes.

1.2 Motivació

La motivació d'aquesta tesina recau especialment en intentar solucionar aquesta problemàtica de la desconexió de l'estructura interna de les regions D, especialment per regions desconegudes. D'aquesta manera, la tesina es dedica a trobar un mètode que proporcionï, a partir de dades conegudes de la regió D, l'estructura interna de bieles i tirants que es forma. Un cop trobat aquest mètode, es podria dissenyar i calcular qualsevol tipus de geometria que es troben en els projectes actuals, per singular que aquestes poguessin ésser.

A més de facilitar el disseny i càlcul de les regions D, l'estudi en profunditat de aquestes estructures i regions juntament amb l'experiència assolida per els projectistes, podria conduir a disminuir la quantitat d'armadura que es disposa en aquestes regions D. Aquesta disminució seria conseqüència del coneixement de l'estructura interna i per tant, només seria necessari col·locar l'armadura suficient per resistir les càrregues.

Aquesta reducció de l'armadura disposada implicaria una reducció dels costos alhora de construir i dur a terme aquestes regions D.

1.3 Objectius

L'objectiu principal d'aquesta tesina es comprovar, a partir d'exemples típics, que el programa SAT, programa de generació automàtica de bieles i tirants en regions D, proporciona estructures viables per aquestes regions. Si el programa fos capaç de generar aquestes estructures internes de bieles i tirants, s'eliminaria les incerteses existents a l'actualitat per aquestes regions. D'aquesta manera es podria procedir de manera ràpida i còmoda, a dimensionar l'armadura de qualsevol regió D desconeguda actualment.

1.4 Metodologia

Per tal de poder dur a terme els objectiu d'aquesta tesina, primerament es consultarà la màxima documentació referent al mètode de base i de càlcul de les regions D en estudi.

Un cop analitzada aquesta documentació, s'escolliran regions típiques i actualment conegudes per poder resoldre-les amb el programa SAT.

Per tal de poder analitzar aquestes regions amb el programa SAT, primerament a partir de programes de càlcul d'elements finits, es procedirà a definir malles d'elements triangulars. Aquest nusos que formen els elements finits de les regions, a més de les càrregues aplicades i altres condicions de contorn aplicables a la regió, seran la dades utilitzades per el programa per formular les diferents estructures de bieles i tirants.

Un cop processades les dades amb el programa SAT, es podrà interpretar els resultats obtinguts. Definint les estructures formades per a cada regió.

A més de comprovar les estructures formades per a les regions, es comprovarà la possible influència o no, de la malla d'elements finits de la regió com a dades de partida. Per realitzar aquesta comprovació, es crearan diverses malles i es compararan les bieles i tirants obtinguts amb el programa per a les diferents malles.

A partir d'aquí, i un cop trobada l'estructura interna de bieles i tirants per a cada regió, es procedirà a dimensionar l'armadura necessària per alguna d'aquestes regions i comprovant que compleixen amb els diferents criteris requerits per el mètode de bieles i tirants per poder dur a terme la construcció d'aquestes regions D.

Un cop arribat a aquest punt, podem concloure si aquest programa de generació automàtica de bieles i tirants per el dimensionament de regions D (SAT), resulta útil i permet trobar les estructures de bieles i tirants i per tant dimensionar les regions.

2 ESTAT DEL CONEIXAMENT

2.1 Introducció

Per tal de poder projectar estructures de formigó es requereixen utilitzar models que reproduïxin de manera suficientment aproximada el comportament de l'estructura d'estudi davant de les carregues que actuen en aquesta.

Actualment es disposen de diferents models per a cada tipus d'esforç aplicat a l'estructura. La formulació actual més habitual, es basa en esforços seccionals que estudien per separat per una banda l'anàlisi estructural amb el qual s'obtenen els esforços a partir de les accions i per una altra banda, el càlcul resistent que ens permet trobar els esforços resistits per la secció.

Cal destacar que els models que es basen en l'esmentat anteriorment no tenen en compte la compressió interna del formigó així com tampoc la compressió o tracció de les barres d'acer.

Els models basats en l'analogia de la gelosia a principis del segle XX, mitjançant les idees de Ritter i Mörsh, van ser els primers que utilitzarien bieles comprimides per el formigó i tirants per les armadures per representar el comportament de les estructures de formigó.

A les dècades dels 60 i 70 diversos estudis milloren les teories anteriors i aconsegueixen representar de manera bastant exacte el comportament del formigó del tallant. Aquests models, tot i així no podien ser utilitzats per exemple en la proximitat de carregues concentrades o a on hi hagués canvis sobtats en la geometria de l'estructura, es a dir en les anomenades regions D.

Al 1987, Schlaich et al (1987) formulen un mètode de projectar estructures de formigó armat i formigó projectat que es basa en bieles i tirants. A l'actualitat, el mètode de bieles i tirants, es acceptat tant per la instrucció espanyola EHE-08 (2008), com per els eurocodis com un mètode aplicable per el càlcul resistent de regions D.

Actualment, aquest mètode de bieles i tirants es utilitza en las regions D, tot i que el mètode es aplicable a qualsevol regió de l'estructura. Cal destacar, que encara de la seva aplicabilitat, avui en dia, per el càlcul de regions B s'utilitzen mètodes de càlcul resistent ja que aquest resulten més precisos que el mètode de bieles i tirants.

2.2 Tipus de regions en una estructura

Dins d'una estructura, poden trobar-se dos tipus de regions, les regions de tipus B i/o les regions D.

Les regions D, son aquelles parts de l'estructura o estructura completa en la qual no es aplicable les hipòtesis de Navier-Bernoulli (les seccions transversals de una barra deformada per flexió continuen planes i normals a les fibres deformades). Es a dir que en aquestes zones no es aplicable la teoria general a flexió. Les parts de l'estructura o estructura on si son aplicables aquestes hipòtesis i per tant son aplicables les teories a flexió son les anomenades regions B.

La vigent instrucció espanyola de formigó estructural, EHE-08 (2008), defineix les possibles causes per les quals es produeixen les discontinuïtats en les regions D, i les divideixen en 3 tipus diferents:

Discontinuitats estàtiques: son aquelles parts on es produeixen discontinuïtats degudes a la aplicació de carregues concentrades aplicades a l'estructura.

Discontinuitats geomètriques: parts de l'estructura on es produeix un canvi sobtat en la geometria de l'estructura.

Discontinuitats generalitzades: es produeix quan en cap secció de l'estructura no compleix les hipòtesis de Navier-Bernoulli, i no poden se utilitzades les teories generals a flexió en tota l'estructura.

2.3 Models teòrics existents per projectar regions D (regions de discontinuïtats)

Per projectar les regions de discontinuïtats la normativa actual EHE-08 (2008) defineix tres models:

-Models mitjançant anàlisis elàstic i lineal

Aquests models assumeixen que el formigó es comporta elàsticament i lineal. Poder realitzar aquest hipòtesis permet conèixer les distribucions de tensions que es produeixen internament. D'aquesta manera el formigó treballa absorbint els esforços de compressió mentrestant que les barres de l'armadura absorbeixen les traccions produïdes així com la part de les compressions no absorbides per el formigó.

Aquesta hipòtesis fa que les direccions principals de tracció siguin no rectilínies cosa que complica o dificulta la col·locació de les armadures.

A la realitat, la fissuració del formigó i la col·locació de les armadures en posicions predeterminades varia la distribució real de les tensions respecte de la que resulta de l'anàlisi elàstic lineal.

-Models no lineals

Per tal de poder representar de manera més exacte la distribució de tensions fins a ruptura, haurien d'utilitzar models tenien en compte la fissuració, el comportament no lineal dels materials així com la trajectòria de les barres d'acer.

Aquest models requereixen el coneixement previ de les dades d'acer de la regió i per tant no es poden utilitzar de forma directe.

-Mètodes seguint la teoria de la plasticitat

Aquests mètodes consisteixen en aplicar el teorema del límit inferior de la plasticitat. Aquest teorema defineix que la carrega aplicada es una cota inferior del valor de la carrega última de la estructura. Dins d'aquest mètodes trobem el mètode de bieles i tirants o el mètode de camp de tensions que consisteix en descompondre l'estructura en regions, les quals han d'estar en equilibri entre les regions i amb les carregues exteriors.

2.4 Origen del mètode de bieles i tirants

Al 1899 Ritter, explica el flux de forces en una biga simplement recolzada de formigó armat en règim de fissuració. Per realitzar això assimila l'estructura a una gelosia equivalent. Aquesta gelosia es formada per unes barres que representaven el flux de compressions: barres diagonals i superiors, mentre que el cordó inferior i les barres verticals absorbien les traccions suportades per les armadures a flexió i per el cercols a tallant.

Anys més tard Mörsh, detallaria el model de gelosia explicat per Ritter, comprovant que no necessàriament les diagonals de compressió havien d'anar de la part superior del estrep a la part inferior del següent estrep. En estudis posteriors Mörsh, també va assenyalar que existeixen camps de compressions que contribueixen a resistir a tallant.

Entre els anys 50 i 70, Rüsch, Kupfer i Leonhardt perfeccionen els models anteriors. Ja en la dècada dels 60 fins a l'actualitat, els estudis es dirigiren en establir els principis bàsics del mètode i compatibilitzar-lo amb altres models de càlcul específics, com per exemple explicar el comportament davant a l'esforç tallant, l'esforç tursor o a rasant de bigues de gran cantell.

2.5 Bases del mètode de bieles i tirants

-Principi de Saint-Venant

Saint-Venant formula el principi sobre la actuació de un sistema de forces sobre una secció. Aquest principi permet que es puguin calcular les tensions en les fibres i estudiar

les seccions en barres, segons els diagrames de sol·licitacions a axil, tallant, flector i torsor.

El principi estableix que a una certa distancia suficientment allunyada de la secció on actua una carrega distribuïda de forma qualsevol o concentrada, la distribució de tensions és pràcticament independent de la distribució del sistema de forces sempre que la seva resultant i moment resultant siguin igual. Es a dir, que els efectes que produeix la carrega aplicada siguin equivalents als efectes que es produirien si s'apliqués qualsevol altre sistema de carregues estàticament equivalent.

Del principi de Sant-Venant podem concloure que les regions D (regions de discontinuïtat) estan acotades a no ser que la regió afecti a tota l'estructura. Això es degut que a el principi no es aplicable a les zones de efectes locals on les distribucions no son planes i per tant no es poden analitzar amb la teoria de bigues.

-Teoria de la plasticitat. Teorema del límit inferior i superior.

Suposant que el material és rígid, plàstic, perfecte y amb ductilitat infinita. A partir d'aquestes hipòtesis, podem enunciar, que si donat un sistema de càrregues (Q_S) en equilibri, en una estructura, es troba una distribució de tensions, que en cap punt es supera la tensió de plastificació i que compleix les condicions de contorn, es pot afirmar que aquests sistema de càrregues és un límit inferior de la càrrega de ruptura (Q_R). Aquest el teorema del límit inferior.

$$Q_S \leq Q_R \quad \text{o també} \quad \sigma \leq f_y$$

El teorema del límit inferior no ens informa de la tensió real, només ens diu que la càrrega de ruptura real de la peça serà superior a la calculada. El límit inferior ens posa del cantó de la seguretat.

Existeix un teorema del límit superior, que en aquest cas enuncia que, donada una càrrega sobre una estructura s'aplica un desplaçament virtual cinemàticament admissible, i compleix que el treball intern de l'estructura és igual al treball extern realitzat per la càrrega, es pot afirmar que aquesta càrrega és un límit superior de la càrrega de ruptura. A diferència del teorema del límit inferior, el teorema del límit inferior ens informa que la estructura trencarà abans d'arribar a aquesta càrrega, i per tant ens deixa al costat de la inseguretat.

El mètode de bieles i tirants es basa en el teorema del límit inferior, ja que utilitza una resistència inferior a la que tindrà la estructura a la realitat.

Aquests teoremes es basen en les hipòtesis anteriorment enunciadades. Cal destacar que a la realitat aquestes no es produeixen. Per exemple la ductilitat no és infinita, per aquesta raó convé utilitzar gelosies no gaire diferents del elàstic, ja que podria no disposar-se de la suficient ductilitat per desenvolupar-lo. A més a més necessitem de més deformacions que poden causar fissures excessives per a càrregues inferiors.

2.6 Explicació del mètode de bieles i tirants

2.6.1 Principis generals del mètode

El mètode de bieles i tirants consisteix en analitzar l'estructura o part d'aquesta reduint els estats de tensions tridimensionals existents a estats unidireccionals de compressió o de tracció. Per tant un camp de tensions estàticament admissible en una regió D pot presentar-se mitjançant una estructura de barres equivalent: per una banda trobem les barres traccionades o tirants que han de coincidir amb les posicions de les armadures i per una altra banda les barres comprimides (bieles). Aquestes bieles representen zones de formigó que són les que transmeten els esforços de compressió.

Les bieles corresponen a trams rectes de trajectòries dels esforços de compressió. Aquestes estan condicionades per la fissuració del formigó a més a més de per les armadures que travessen les bieles. Els tirants corresponents a trams de trajectòries dels esforços de tracció, representen una armadura o un conjunt d'armadures.

L'equilibri entre els esforços interns, representats per les bieles i els tirants es produeixen en una zona anomenada zona nodal, o nus que són les zones on s'uneixen les bieles i els tirants. En aquestes zones nodals el formigó està sotmès a un estat de tensions biaxial o triaxial.

L'enunciat general del mètode es basa en el teorema del límit inferior de la teoria de la plasticitat, tal i com s'ha comentat al apartat 2.5, aquesta teoria postula que una estructura serà segura si com a mínim existeix un sistema resistent que compleixi amb les condicions d'equilibri, sense que es sobrepassin l'estat de plastificació dels materials que componen aquesta estructura. Per tant, podem dir que el mètode de bieles i tirants està basat en els criteris de plasticitat i es planteja en estats límits últims.

Per tal de evitar la plastificació dels materials i per poder aconseguir de que es compleixin les condicions ens servei de l'estructura, les direccions de les bieles i la disposició de les armadures hauran d'adaptar-se al màxim a les trajectòries de les tensions obtingudes mitjançant un anàlisi elàstic. Tot i així, les armadures no normalment degut a problemes constructius no acostumen a disposar-se orientades en el sentit de les tensions principals de tracció i per aquesta raó haurérem de disposar de una quantia mínima d'armadura per assegurar el control de la fissuració en servei.

Cal destacar, que per a una mateixa estructura no existeix una única gelosia equivalent. Per tant es recomanable evitar els sistemes hiperestàtics. De entre les possibles gelosies existents per a una estructura, serà convenient escollir aquella que la tracció sigui mínima.

2.7 Passes a seguir per el càlcul mitjançant el mètode de bieles i tirants

Per aplicar el mètode de bieles i tirants, en el càlcul de les regions D, tal i com s'ha explicat anteriorment es necessari trobar una estructura interna que sigui equivalent a un camp tensional estàticament admissible a les carregues que actuen a l'estructura.

Això permet verificar que la zones més sol·licitades del formigó no esgoten la seva capacitat resistent i permet calcular la armadura necessària en la regió D en estudi.

2.7.1 Determinació de les carregues que actuen

El primer pas en el mètode de bieles i tirants consisteix en determinar i definir les carregues aplicades sobre la regió, així com les reaccions que produeixen els recolzaments en cas de la seva existència.

Aquestes carregues aplicades poden tractar-se de accions que actuen directament, de reaccions produïdes per recolzaments existents o les tensions formades en el contacte de la regió D amb la resta de l'estructura. Les carregues actuant, es transformen en carregues puntuals aplicades als nusos de les bieles i tirants.

Un cop transformades en carregues puntuals totes les forces existents, s'ha de comprovar que el sistema està en equilibri.

-Càrregues exteriors

Les càrregues exteriors que actuen poden classificar-se en 3 tipus: càrregues concentrades, càrregues distribuïdes en superfície o distribuïdes en volum.

Les càrregues distribuïdes en superfície són aquelles càrregues que apliquen pressió a la superfície de l'estructura, per exemple les sobrecàrregues produïdes per l'acció del vent. Quan la força aplicada es per unitat de superfície, diem de que es tracten de càrregues distribuïdes en volum. Per contra, les càrregues concentrades són aquelles en que la zona d'aplicació d'aquesta càrrega correspon a una zona petita de la superfície de l'estructura.

En el cas particular del pes propi de l'estructura, aquest sempre està present. Normalment en les bigues amb un gran cantell, aquesta càrrega no es menyspreable, tal i com succeeix en el cas de un mènula curta. En aquestes peces l'acció del pes propi es molt inferior respecte a l'acció de les altres càrregues actuant.

-Reaccions

El contacte de l'estructura amb possibles recolzaments produeix unes reaccions que poden ésser de dos tipus: concentrades o distribuïdes.

Les concentrades, corresponen per exemple quan l'estructura es recolza en un punt o zona petita mitjançant algun tipus de neoprè. Per contra, quan la zona de recolzament és més gran o fins i tot es produeixen en tota la superfície parlem de reaccions distribuïdes. En aquest últim cas per exemple es troben les tensions produïdes per el terreny en la part en contacte amb una sabata d'una fonamentació.

Aquestes reaccions, de la mateixa manera que succeeix amb les càrregues exteriors han de substituir-les per un sistema de forces equivalents.

-Seccions de continuïtat en canvis de regions de B a D

En aquest cas s'ha de considerar que la secció està sotmesa a un conjunt d'esforços corresponents a un sistema de càrregues aplicat al conjunt de l'estructura. Primerament es considera el cas en que només actuen esforços axils i de flexió a la secció, per continuar l'estudi a esforç a tallant.

En el cas de que només actuessin esforços de flexió i axil i que corresponen a ruptura de la secció, la distribució de tensions es redueix a un diagrama paràbola – rectangle o un bloc rectangular. En canvi es podrà assimilar a una distribució lineal en el cas de que els esforços axils i flectors resultin inferiors als que produeixen l'esgotament de la secció en estudi. L'esforç de tracció s'aplicarà directament en la posició de l'armadura.

Si l'únic esforç actuant és el de flexió, la distribució serà lineal ja que la profunditat de la fibra neutra serà inferior o igual a la límit, es a dir que el moment actuant sigui inferior al de ruptura.

Cal destacar, que si l'axil aplicat és elevat combinat amb la flexió la distribució no lineal comença abans de que l'armadura plastifiqui i per tant no es pot adoptar la solució de distribució lineal.

En cas de que en la secció, actuïn un tallant més un axil i un flector, el sistema de forces equivalent ha de ser igual al que resulta del model de càlcul per a la regió contigua B.

En cas de que la biga tingui un cantell constant es pot suposar una gelosia de cordons paral·lels a la regió B contigua. Per contra, si el cantell no és constant s'ha d'obtenir el tallant efectiu que es produeix amb la composició del tallant produït a les barres o zones de compressió, així com el que es produeix en les barres encarregades d'absorbir la tracció.

En la zona de la secció de continuïtat apareixen 4 forces: la força de compressió (C), la de tracció (T), una força de compressió diagonal (Fc, compressions al ànima) a més de una força de tracció resultant de les armadures transversals a la secció (Fs).

$$C = \frac{M_d + N_d \cdot (d - v_1)}{z} - \frac{V_d}{2} (\cot g\theta - \cot g\alpha)$$

$$T = \frac{M_d + N_d \cdot (d - v_1 - z)}{z} + \frac{V_d}{2} (\cot g \theta - \cot g \alpha)$$

$$F_s = \frac{V_d}{\sin \alpha} \cdot \frac{\cot g \alpha}{(\cot g \alpha + \cot g \theta)}$$

$$F_c = \frac{V_d}{\sin \theta} \cdot \frac{\cot g \theta}{(\cot g \alpha + \cot g \theta)}$$

En el cas de que l'armadura transversal es disposi a 90 graus respecte la directriu de la secció no inclou la F_s ja que l'armadura no travessa la secció de continuïtat.

La instrucció EHE-08 (2008) incorpora a més a més un terme V_{cu} . Aquest terme té en compte la contribució del formigó en la resistència a esforç tallant per tracció en l'ànima. Això no és congruent amb el model anteriorment exposat on es substitueix el esforç seccional per un sistema de forces puntuals aplicades.

En cas de no considerar el terme V_{cu} , comporta que l'armadura de la regió D és superior a la calculada en la regió B. Això es pot solucionar col·locant una compressió i una tracció normals a la secció, un F_c inclinada a l'ànima, un F_s i un V_c que correspon a la contribució del formigó.

Les equacions anteriors continuen sent vàlides si es substitueix V_d de les fórmules per un tallant efectiu transmès per l'ànima V_{rd} menys un V_c .

Un altre mètode de solucionar el problema, consisteix en considerar un angle θ^* d'inclinació de F_c inferior al θ d'inclinació de les bieles comprimides.

$$\cot g \theta^* = \cot g \theta \left(1 - \frac{V_c}{V_{rd}} \right)$$

2.7.2 Definició del model de bieles i tirants

Un cop determinades les càrregues i reduïdes a un sistema equivalent de forces, cal determinar les bieles i tirants que generen les anteriors forces.

Les bieles i tirants han de començar en els punts d'aplicació de les càrregues i aquestes han de tenir la seva mateixa direcció.

En el cas de que la càrrega produeixi traccions cal col·locar un tirant i si el que produeix són compressions al formigó es disposarà una biela. Les trajectòries de les càrregues iniciades en les forces aplicades han de desviar-se mitjançant esforços interns de compressió o de tracció fins a aconseguir que es lliguin entre si formant l'estructura interna de bieles i tirants. És a dir, totes les trajectòries han de quedar dins de la regió, si

la trajectòria d'una càrrega tendeix a sortir de l'estructura sense la corresponent força aplicada en el punt de sortida, la trajectòria haurà de desviar-se mitjançant una biela o un tirant.

Cal aclarir que l'estructura interna de bieles i tirants definida s'ha de poder calcular els esforços en totes les bieles i tirant sense utilitzar equacions de compatibilitat (estructura estàtica).

Totes i les normes definides anteriorment, no sempre es possible definir completament la geometria interna de l'estructura. L'aplicació del límit inferior de la plasticitat permet adoptar solucions diferents, totes vàlides.

Cada solució possible de l'estructura interna en funció dels paràmetres no fixats, requereix que la ductilitat variï per a que la redistribució de tensions es produeixi abans de la ruptura.

L'actual instrucció espanyola EHE-08 (2008) indiquen per exemple valors que defineixen geomètricament els models de bieles i tirants per a sabates rígides, mènsules curtes o bigues de gran cantell.

Així i tot poden disposar-se configuracions diferents d'armadures, per tal de seleccionar la més adequades s'han de tenir en compte criteris mecànics així com constructius. Constructivament, per tal de facilitar la col·locació de les barres, s'acostuma a disposar les armadures de manera paral·lela o perpendicular a la superfície. Mecànicament les armadures han de disposar-se de tal manera que l'estructura acumuli la mínima energia de deformació possible. Es a dir, s'ha d'escollir l'estructura que necessiti el menor volum d'armadura, ja que l'energia emmagatzemada per els tirants és molt superior a la que acumulen les bieles tal i com demostra Schlaich et al (1987), en diferents estudis.

Alguns autors com Miguel Sosa, P.F. (2009), formulen algunes regles pràctiques per definir l'estructura interna d'una peça. Per exemple alguns passos o recomanacions a seguir segons Miguel Sosa, P.F. (2009), son els següents:

- Determinació de les càrregues.
- Substitució de les càrregues per sistemes de forces equivalents.
- Les bieles i tirants han de començar en el punt d'aplicació de les càrregues aplicades i seguint la direcció d'aquestes.
- Un esforç de compressió sempre es propaga en línia recta, per canviar la seva direcció cal que hi hagi un altre esforç que el desviï.
- Els tirats si son rectes, estan en equilibri per si sols. En cas de que l'armadura estigui doblegada, caldrà que hi existeixi una biela o un tirant.
- Un tirant pot representar la tracció d'una armadura o d'un conjunt d'armadures.
- L'elecció del model, ha de tenir en compte la disposició de les armadures en l'obra.
- Entre tots els models possibles s'ha d'escollir aquell que tingui el menor volum d'armadura.

- Seguint les trajectòries de les direccions principals de compressió i tracció amb un càlcul elàstic i lineal, es pot utilitzar per determinar el model de bieles i tirants.
- Si donat l'experiència o si existeixen estudis experimentals d'algun element en concret, es pot evitar emprar l'ús de l'anàlisi elàstic i lineal.
- L'angle que en forma entre les bieles i els tirants no pot ser molt petit per tal d'evitar que es produeixin incompatibilitats de deformacions.

2.7.3 Càlcul d'esforços en bieles i tirants del model proposat.

Tal i com s'ha explicat anteriorment, podem calcular l'esforç que realitza cada biela i cada tirant de l'estructura interna. Això es possible, ja que aquesta s'ha calculat estàticament. Aquest fet fa que es puguin deduir els esforços mitjançant equilibris en els nusos.

En cas de tractar-se d'estructures hiperestàtiques serà necessari aplicar criteris que reparteixin els esforços entre les barres. Per resoldre aquest problema es pot emprar el principi de superposició, el qual diu que si els desplaçaments i les tensions en els sistemes elàstics són proporcionals a les càrregues que els produeixen, llavors els desplaçaments i les tensions totals resultants de l'aplicació de varies càrregues seran la suma dels desplaçaments i de les tensions originades per cada una de les càrregues. Per tant, mitjançant l'aplicació d'aquest principi podem reduir l'estructura hiperestàtica a dos l'estructures estàticament determinades.

2.7.4 Determinar àrea d'armadures per els tirants i les bieles.

2.7.4.1 Armadura tirants:

La tracció màxima que pot arribar a suportar un tirant en Estat límit últim d'una regió D, és el resultat del producte de la secció transversal per el límit elàstic de càlcul del acer:

$$m_{ax} = A_s \cdot f_{yd}$$

Si l'estudi es realitza en Estat límit de Servei, la deformació màxima cal limitar-la en ELU per controlar la deformació i acotar-la a 2‰. Això suposa que la tensió de càlcul, σ_{sd} , no pot superar els 400 N/mm². Per tant, la capacitat resistent de càlcul és el següent:

$$T_d < T_u = A_s \cdot \sigma_{sd} \quad \text{on} \quad \sigma_{sd} = f_{yd} < 400 \text{ N/mm}^2$$

Per tant, a partir de la equació anterior, podem observar que podem trobar l'àrea d'armadura necessària per absorbir la tracció, T_d , de cada tirant, dividint dita tracció per la tensió de càlcul del acer. Cal destacar, que la tracció del tirant és constant en tota la longitud d'aquest i per tant no cal buscar una secció crítica en el tirant.

$$A_s = \frac{T_d}{\sigma_{sd}}$$

2.7.4.2 Armadura bieles:

La transmissió de les tensions de la biela generen traccions transversals que produeixen una fissuració longitudinal, provocant la ruptura fràgil. Per tal d'evitar de que es produeixi aquesta ruptura fràgil cal col·locar-ne una armadura transversal mínima per evitar la possible fissuració, i absorbir les traccions transversals produïdes.

2.7.5 Capacitat resistent de les bieles.

Seguint amb el procés cal comprovar que les seccions crítiques de les bieles no esgoten la capacitat resistent. Per comprovar la capacitat resistent de les bieles cal tenir en compte dos factors que disminueixen notablement la resistència del formigó que conforma les bieles.

La primera d'aquestes dos, és que es produeix la fissuració del formigó i aquestes fissures poden tenir una orientació no paral·lela a la direcció de compressió de la biela. I el segon aspecte a considerar són les traccions transversals a la direcció principal de compressió. Per aquest motiu es considera una resistència inferior a la compressió simple del formigó.

Al llarg dels anys, diferents autors han proposat valors reductors de la resistència a compressió. Un d'aquest, Schlaich et al, (1987) classifica les bieles segons el seu estat de fissuració i proposa valors reductors de la resistència per a cada una d'elles.

Altres autors per donar valors reductors, es basen en l'estat tensional i l'angle que formen les fissures amb la direcció de la biela. En els últims anys s'han proposat utilitzar expressions per avaluar la resistència efectiva a compressió en funció de la resistència a compressió simple del formigó.

L'actual instrucció espanyola de formigó estructural, EHE-08 (2008), classifica les bieles en 4 tipus diferents i proposa valors per a cada una d'elles per calcular la resistència efectiva a compressió.

A continuació, s'expliquen els 4 tipus de bieles així com els valors proposat de càlcul de la resistència efectiva:

-Bieles en zones amb compressió uniaxial.

La capacitat resistent d'aquestes bieles es pot avaluar mitjançant un diagrama rectangular o un diagrama de paràbola - rectangular. Per aquest segon diagrama es necessari conèixer la distribució de deformacions sobre les seccions transversals i això només és possible en les regions B. Com a regla general s'adopta una distribució

constant de tensions on la resistència efectiva es igual a la resistència de càlcul del formigó.

$$f_{1cd} = f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \equiv \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

α_{cc} és el factor de cansament, la normativa recomana que aquest valor sigui de 1.

-Bieles en zones fissurades on les fissures són paral·leles a la biela.

En aquest cas, el formigó entre les fissures es troba comprimit en una direcció principal i traccionat en l'altre. Això fa que:

$$f_{1cd} = 0.7 \cdot f_{cd}$$

Es a dir, la resistència a compressió del formigó és inferior a la resistència a compressió simple del formigó. Això succeeix quan les fissures es formen degut a la tracció formada per les compressions de la pròpia biela.

-Bieles en zones fissurades on les fissures no són paral·leles a la biela.

Això es produeix en els casos on l'armadura transversal a la biela no es ortogonal a la direcció de la biela. Aquestes condicions fan que la resistència efectiva sigui encara més petita que en el cas anterior. La resistència efectiva del formigó es pot calcular de la següent manera:

$$f_{1cd} = 0.6 \cdot f_{cd}$$

-Bieles en zones fissurades on les bieles transmeten les compressions a través de fissures de gran obertura.

Aquesta correspon al cas on les bieles es formen per resistir l'esforç a rasant de les unions entre les ales i les ànimes de les zones traccionades de les seccions en T. L'EHE-08 (2008) limita la tensió màxima a $0.4 \cdot f_{cd}$.

La instrucció EHE-08 (2008) considera que quan a una biela te armadura per resistir a compressions, el esforç total resistit és la suma de la capacitat resistent del formigó i la compressió absorbida corresponent una deformació igual a la que es produeix en la biela quan s'esgota el formigó.

$$C_u = A_c \cdot f_{1cd} + A_s' \cdot \sigma_{sd}' \quad \sigma_{sd}' \leq f_{yd} \text{ (límit elàstic de càlcul del acer)}$$

De tots els tipus de bieles que classifica la instrucció espanyola de formigó, cal determinar les seccions crítiques. Les bieles no son constants al llarg de tota la seva longitud i per tan cal determinar les zones crítiques. Precisament seran en aquestes zones crítiques on es dona la major concentració de tensions, i per tant serà on s'haurà de realitzar la comprovació de tensions. Les zones determinants solen trobar-se amb les zones on la biela es troba amb les zones nodals.

2.7.6 Capacitat resistent dels tirants.

L'esgotament de les regions D es produeix quan les armadures plastifiquen. Això significa que la deformació de les armadures supera a la del límit elàstic i per tant la tracció màxima que pot assolir un tirant és la seva secció transversal per el límit elàstic de càlcul del acer utilitzar per armar. ($A_s \cdot f_{yd}$).

Ha de limitar-se la deformació màxima del acer en ELU per tal de controlar la fissuració per aquesta raó, la instrucció espanyola de formigó estructural recomana que la deformació sigui inferior al 2‰ i per tant la tensió de càlcul de l'armadura $\sigma_{sd} \leq 400 N / mm^2$.

Aquestes condicions fa que la comprovació de la capacitat resistent d'un tirant és:

$$T_d \leq A_s \cdot \sigma_{sd}$$

Per tant, l'àrea de l'armadura necessària es pot trobar dividint la tracció del tirant per la tensió de càlcul del acer. Per trobar la tensió a cada tirant es suficient realitzar equacions d'equilibri, ja que l'estructura interna de bieles i tirants esta estàticament determinada. Aquesta tensió és constant al llarg de tot el tirant i per tant no és necessari determinar seccions crítiques en els tirants, tal i com succeeix en el cas de les bieles de compressió.

2.7.7 Capacitat resistent del nusos.

Per la comprovació de les tensions en les zones nodals, cal conèixer l'estat tensional i la geometria de la zona.

La zona nodal por estar restringida geomètricament a una regió localitzada. Quan es dona una restricció geomètrica, les zones nodals estan sotmeses a estats biaxials o triaxials més desfavorables que els estats uniaxials que formen les bieles que s'uneixen en el nus. Aquest nusos on les zones nodals estan restringides s'anomenen nusos singulars. En aquests nusos cal realitzar unes comprovacions resistents addicionals, ja que poden generar estats tensionals pitjors que els de les bieles.

La geometria de la zona corresponent a un nus singular ve determinada per les seccions de les bieles i tirants que es troben en els nusos.

La comprovació que s'ha de realitzar en un nus singular format per 3 bieles o més, es que no es produeix la condició de ruptura en un estat tensional biaxial o triaxial en cap punt de la zona. En general basta amb verificar que la tensió principal màxima no superi els límits establerts en la normativa.

En el cas de que els elements que es troben en un nus siguin bieles i tirants, el càlcul es complica donat l'existència de les tensions tangencials de l'adherència. Per aquesta raó s'acostuma a aplicar factors reductors de la resistència del formigó.

A banda del nusos singular existeixen un altre tipus de nusos. Aquest nusos són els anomenats nusos distribuïts. Els nusos distribuïts es produeixen quan l'equilibri dels esforços del nusos es produeixen en una regió suficientment distribuïda. L'avantatge d'aquests tipus de nusos es que no necessiten cap tipus de comprovació addicional, ja que no generen un estat tensional crític de l'estructura.

2.7.8 Disseny d'ancoratges de les armadures.

En el mètode de bieles i tirants, l'ancoratge d'un tirant sempre es pot representar mitjançant la transmissió de l'esforç del formigó en un nus.

En el cas de que es tracti d'un nus singular, l'armadura s'ha de perllongar per darrera del nus, de tal manera que la tracció es transmeti de dos formes diferents.

El primer mètode de transmissió consisteix en que part de l'esforç es transmet per adherència que hi ha entre el formigó i l'acer de la zona nodal. I en segon lloc, l'altre part de l'esforç es transmet per el recolzament de la zona de l'ancoratge sobre el nus, es a dir, aquesta part de l'esforç es transmet per adherència al formigó que envolta l'armadura i que aquest formigó el transmet al nus.

Al perllongar l'armadura per darrera del nus, en principi l'armadura en aquesta zona na ha de doblegar-se. Si això no es possible per falta d'espai, caldrà doblegar l'armadura i s'haurà de col·locar una armadura horitzontal i vertical perquè l'ancoratge funcioni correctament.

Si el nus es distribuït, s'ha de disposar d'una longitud mínima d'ancoratge. Aquesta longitud pot condicionar la geometria del model, ja que el nus que representa ha d'estar situat a una distància igual o major que la meitat de la longitud d'ancoratge des de l'exterior de l'armadura.

2.8 Models numèrics existents

Existeix un altre programa anomenat CAST, "Center for Applied Special Technology", aquest programa a diferència del programa d'estudi d'aquesta tesina (SAT), funciona de manera molt diferent i amb uns altres objectius. En la seva pàgina web podem descarregar aquest programa i el manual de Kachuma, D (2005).

El programa CAST proporciona les tensions que es produeixen en cada biela i cada tirant i dibuixa a escala aquestes tensions. La gran diferència amb el programa SAT, és que el programa CAST no et genera les bieles i el tirants. El programa CAST et facilita les tensions però un cop s'han introduït les bieles i tirants. Per contra el programa SAT no et proporciona l'estructura de bieles i tirants però el càlcul de les tensions, s'ha de fer de manera manual amb les diverses bieles i tirant que s'han format.

Un càlcul fàcil de les tensions d'una estructura desconeguda podria resultar de l'aplicació dels dos programes. Utilitzant primer el programa SAT per generar les

estructures i un cop obtinguda aquesta, realitzar el càlcul de les tensions amb el programa CAST.

2.9 Models habituals per algunes regions D.

A continuació es descriurà alguns models documentats en els llibres com Miguel Sosa, P.F et al (2009) o Garrido, A (2003). Precisament aquests exemples serviran per comprovar els resultats obtinguts amb el programa en estudi.

2.9.1 Recolzament a mitja mossa.

Aquesta regió D es forma en una biga que es recolza a mitja mossa. Per resoldre aquestes regions, mitjançant el mètode de bieles i tirants. La primera cosa que cal fer, es substituir els esforços existents en la secció de continuïtat amb la regió B, per unes forces internes equivalents.

Les forces internes equivalents aplicades a la secció de continuïtat han d'estar equilibrades amb la reacció del recolzament, en el cas de que es menyspreï el pes propi, així com les càrregues exteriors distribuïdes. Per contra, si les càrregues distribuïdes exteriors no siguin menyspreables, aquestes càrregues s'han de considerar mitjançant un sistema de forces puntuals equivalents.

Els punts d'aplicació i direcció de les forces aplicades sobre la regió D, permet començar a definir el model de bieles i tirants.

La reacció del recolzament genera una biela vertical, aquesta ha d'estar desviada a la dreta i per inclinar-la és necessari l'existència d'un esforç de compressió des de l'esquerra o de tracció des de la dreta. El primer cas, (esforç de compressió des de l'esquerra), no és possible ja que manca l'existència d'una força exterior. Per complir el segon cas, força de tracció des de la dreta es pot col·locar un tirant horitzontal. Aquest tirant i la biela inclinada s'equilibren en el nus 1.

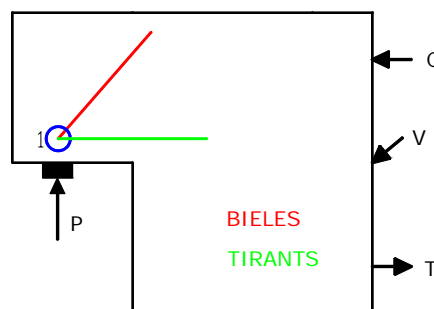


Fig.1 Biela generada a partir de la reacció P.

Una altre solució possible per absorbir les compressions de la reacció P , consisteix en la col·locació del tirant inclinat, tal i com es pot observar en la següent figura:

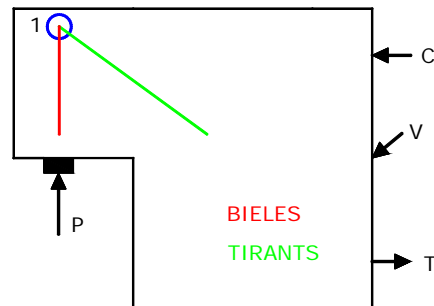


Fig.2 Biela vertical i tirant inclinat.

Degut al tallant V transmès per l'ànima de la biga, genera una biela diagonal que es troba amb un tirant corresponent al cordó inferior de la biga al nus número 2. La component vertical de les compressions causades per el tallant ha d'equilibrar-se amb un altre tirant.

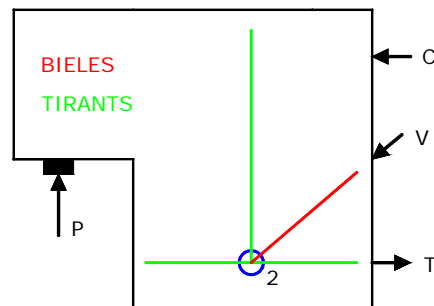


Fig.3 Biela formada per la reacció del tallant.

La biela inclinada de la reacció P ha de desviar-se amb un altre nus per col·locar-lo en horitzontal alineada amb el cordó comprimit de la biga, la desviació la fa mitjançant un altre tirant vertical que equilibra l'esforç en l'extrem oposat amb la biela inclinada 4-5 i el tirant del cordó traccionat de la biga.

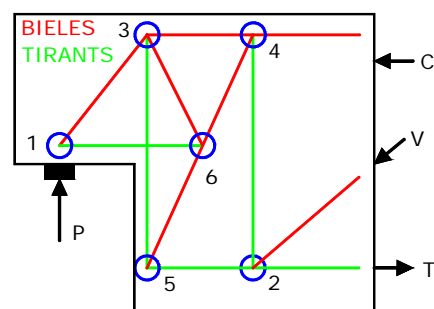


Fig.4 Possible model de bieleles i tirants.

La biela 4-5 incrementa la compressió del cordó superior i equilibra el tirant 2-4. Només falta per equilibrar la tracció del tirant del nus 1. Aquest tirant transmet la tracció al formigó que es pot equilibrar amb les bieles que passen pels nusos 3 i 5. Si aquest tirant és suficientment llarg es pot assolir el següent diagrama:

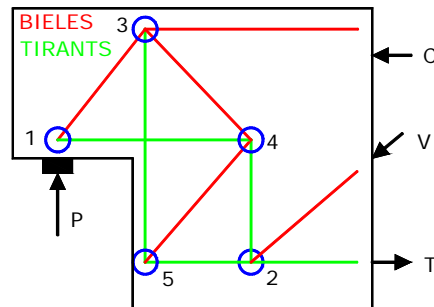


Fig.5 Possible model de bieles i tirants on el tirant 1 és suficientment llarg.

Mitjançant equilibris es pot demostrar que si la inclinació de les bieles 1-3 i 4-5 són iguals, la biela inclinada formada entre els nusos 3-4 resulta innecessària. Per tant podem dir que una de les possibles estructures internes d'aquesta regió podria ser la següent:

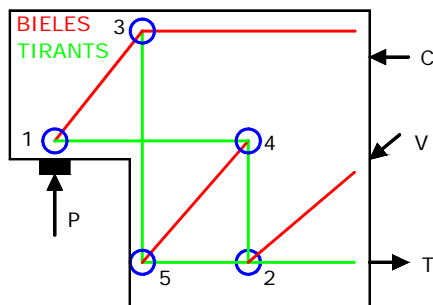


Fig.6 Possible model de bieles i tirants amb les bieles 1-3 i 4-5 paral·leles.

En el model citat anteriorment, on es manté la biela formada per la reacció P de manera vertical i s'inclina el tirant per equilibrar els esforços té un problema.

Aquesta disposició on el tirant es col·loca de manera vertical deixa sense armadura la zona del recolzament. Això no és possible ja que al estar traccionades és necessari col·locar armadura per evitar la fissuració. Per tant cal disposar d'armadura vertical i horitzontal. Aquest model resulta un model hiperestàtic on no és possible calcular de forma directa els esforços en les respectives bieles i tirants.

2.9.2 Biga de gran cantell amb una obertura.

El model estudiat consta d'una biga biapoiada amb dos càrregues puntuals a la part superior a les mateixa distància del recolzament corresponent. Aquesta biga té una

obertura interior que canvia les direccions de les traccions comparat amb el cas de no existir aquesta obertura.

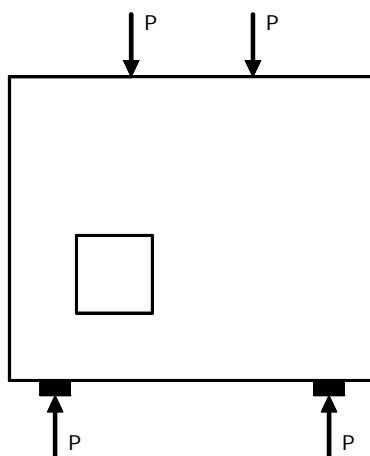


Fig.7 Secció d'estudi en una biga de gran cantell amb una obertura.

La càrrega puntual P de la dreta es transmet al recolzament mitjançant una biela inclinada 8-9. Aquesta biela es pot inclinar, gràcies a un tirant inferior 6-9 i a la part superior una biela 1-8 que uneix les bieles de les càrregues superiors.

En cas de no existir l'obertura, cal destacar que es produiria una biela del recolzament esquerra al nus 1.

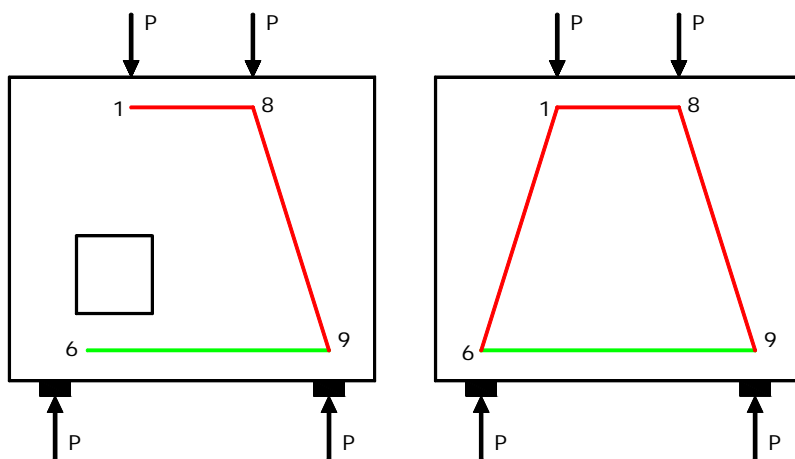


Fig.8 Diagrames de la regió amb obertura i sense.

Donat l'existència de l'obertura de la biga, la biela 1-6 que es formaria en el cas de la biga sense obertura no es pot produir. Donat l'obertura s'ha de formar una estructura interna de bieles i tirants que transmeti els esforços rodejant la geometria de la obertura. Per tant aquesta estructura haurà de substituir la compressió que es forma entre el nus 1 i el recolzament esquerra.

Com no es pot formar una biela entre el recolzament i el nus 1, l'esforç produït per la carga P del nus 1 es descompondrà en dos bieles que transmetin el esforç de compressió per la geometria de l'obertura, una biela per cada banda.

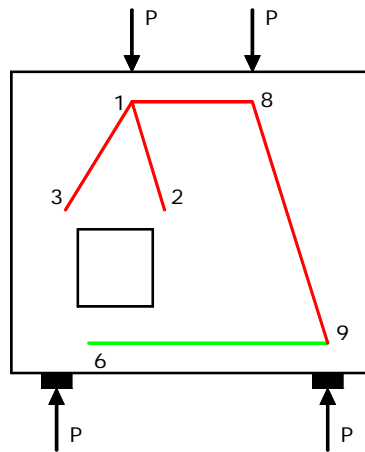


Fig.9 En aquest diagrama es pot observar les dos bieles formades per transmetre la compressió a través de l'obertura de la biga.

Per evitar que aquestes dos bieles 1-2 i 1-3 no s'obrin indefinidament i que s'adaptin a l'obertura es col·loca un tirant horitzontal entre els nusos 2 i 3. Gràcies a aquest tirants es pot desviar la compressió de la biela 2 seguint la geometria de l'obertura formant una altra biela. De manera semblant, passa a l'altra banda de l'obertura on en aquest cas cal disposar un tirant vertical de 3 a 6, ja que sinó la pendent de la biela generada a partir de 3 estaria també condicionada per l'equilibri del nus 2.

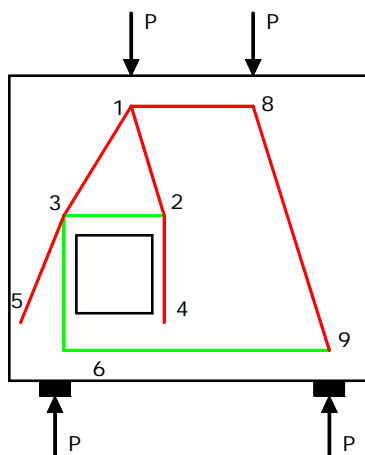


Fig.10 Diagrama de les bieles i tirants formades a partir de la col·locació del tirant 2-3.

El tirant 3-6 es necessari ja que només amb el disposat entre els nusos 2-3 no es és suficient per desviar la biela 3-5 i que aquesta no surti de la secció.

Per acabar falta desviar les bieles 2-4 i 3-5 fins al recolzament. Això es pot fer mitjançant la col·locació de un tirant entre 4 i 5. Respecte al tirant 3-6, cal equilibrar-lo formant dos bieles una des de 5 a 6 i l'altra de 4 a 6.

Per finalitzar calen unes bieles entre 5-7 i 6-7 que són les encarregades de transmetre la càrrega vertical P al recolzament.

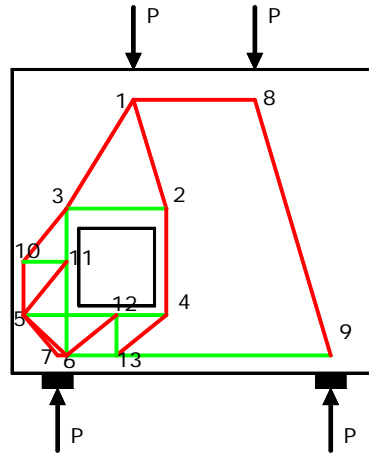


Fig.11 Possible Estructura interna de bieles i tirants en una biga de gran cantell amb una obertura.

Cal esmentar que cal disposar dos tirants ortogonals als tirants 3-6 i 4-5 per permetre que els angles formats entre les bieles 3-5 i 4-6 amb els esmentats tirants no siguin tan petits. D'aquesta manera s'aconsegueix distribuir de manera més eficaç l'esforç de compressió format per la càrrega superior P , al nus 1.

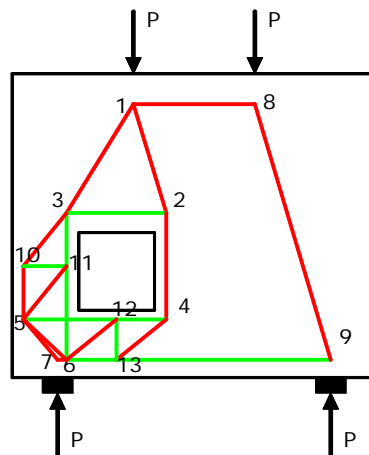


Fig.12 Millora de la possible estructura interna de bieles i tirants anterior, amb la col·locació de dos tirants

En el Article del Aci Structural Journal: Avaluació experimental del model de bieles i tirants aplicat a una biga de gran cantell amb una obertura, de Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), recull els resultats obtinguts a proves realitzades a una biga de gran cantell amb un obertura i una càrrega puntual.

Amb aquestes proves Maxwell, B.S. i Beem, J.E. (2000) volien verificar els conceptes del mètode de bieles y tirants i el seu camp d'aplicació.

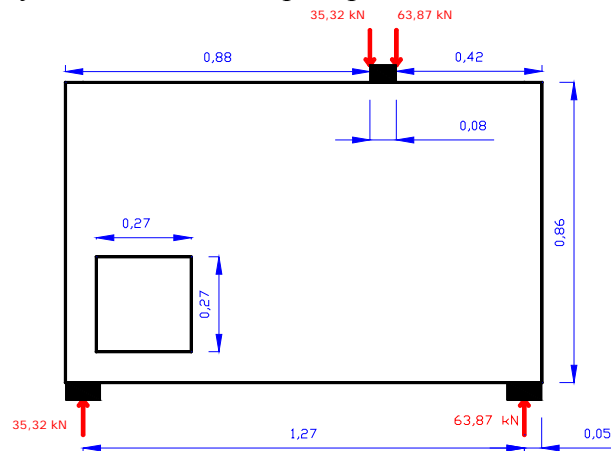
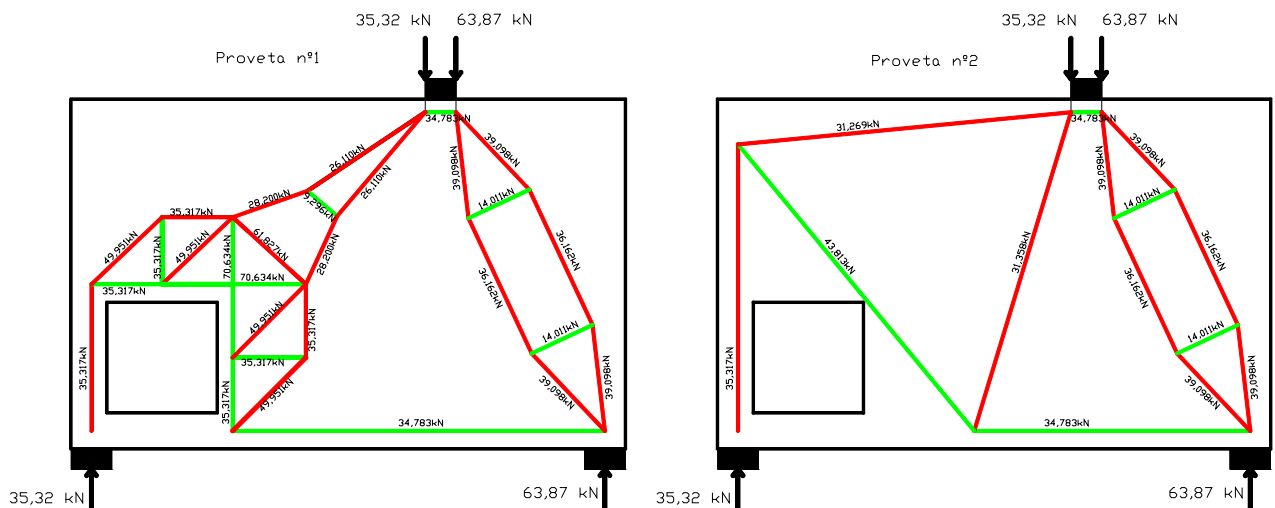


Fig.13 Secció d'estudi de l'article, avaluació experimental del model de bieles i tirants aplicat a una biga de gran cantell amb una obertura.

En les provetes realitzades es feien servir dos models de bieles i tirants diferents, y aquestes es combinaven per formar 4 tipus de provetes. La primera proveta correspon a un model de bieles y tirants. La segona fa servir un model de bieles tirants diferents. En canvi la tercera proveta correspon a una combinació del dos models anteriors. I per últim la proveta número quatre correspon a una variació de la tercera. Les figures que es mostren a continuació representen els models de bieles i tirants de cada proveta:



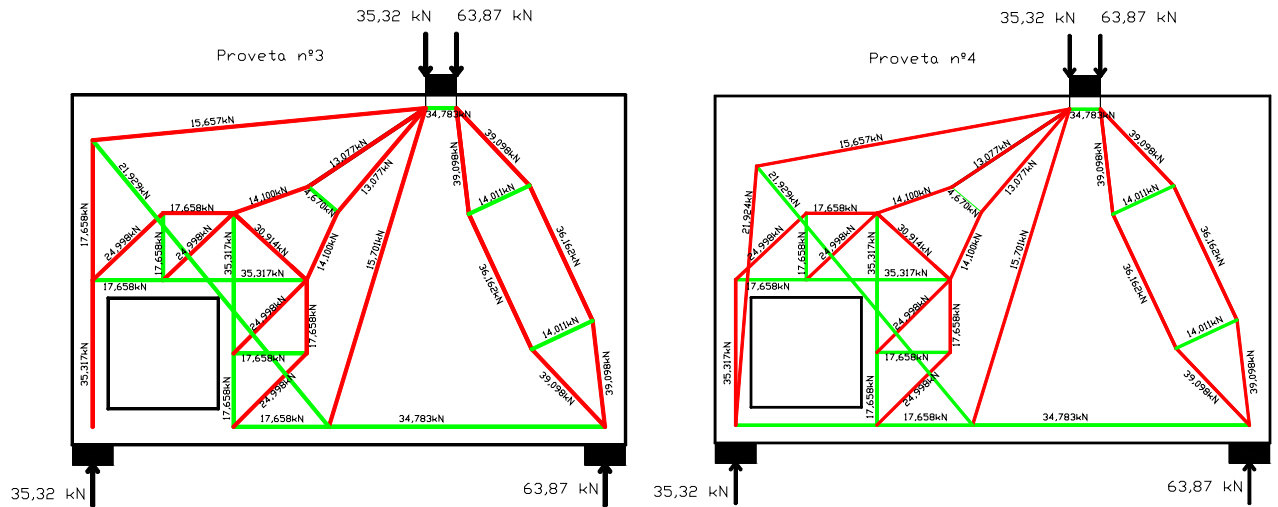


Fig.14 Models de bieles i tirants per a les 4 provetes.

Com es pot observar a les figures anteriors els quatre models coincideixen en la part de la dreta de les provetes. En aquesta part, els tirants es col·loquen a les part alta y baixa de la biga i aquests s'uneixen formant una ampolla. Per contra la part esquerra dels 4 models de bieles i tirants es diferencien per a cada proveta.

En el cas de la primera proveta el model col·loca les armadures de forma horitzontal y vertical per el cas del tirants i de en el cas de les bieles col·loca les corresponents armadures a 45°. Aquest model té l'avantatge que la col·locació de les armadures resulta molt fàcil, alhora de posar-les durant el procés de construcció de les bigues.

La segona proveta contempla 3 bieles i un tirant col·locat a 45°. D'aquesta forma es pot calcular la força per a cada barra.

Respecte a les dos últimes provetes, son variacions de la proveta 1 i 2. La tercera recull el model de la primera i la segona i cada model recull la meitat de la càrrega. Per últim el quart model incorpora una petita variació del tercer.

Cal esmentar, que aquestes provetes es realitzen a escala basades en models numèrics i a partir d'un formigó de 28,3 MPa. Per armar aquestes provetes es van fer servir barres de 3 mm. de 586 MPa i barres de 6 mm. de 565 MPa.

A continuació es poden observar els armats corresponents per a les diferents provetes assajades:

AVALUACIÓ D'UNA METODOLOGIA DE GENERACIÓ AUTOMÀTICA DE BIELES I TIRANTS PER EL DIMENSIONAMENT DE REGIONS D EN ESTRUCTURES DE FORMIGÓ

Mireia Planas Cerezales

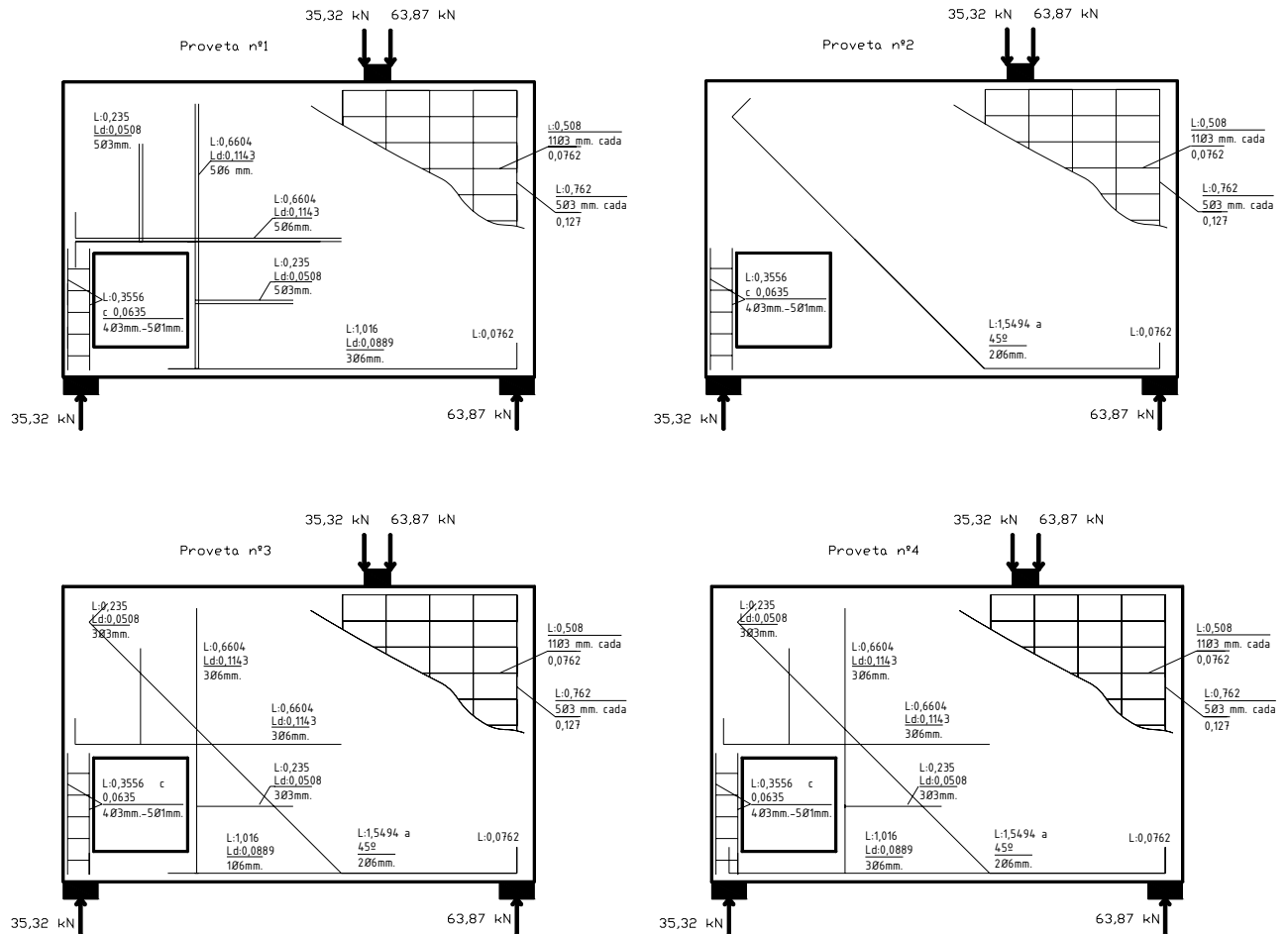


Fig. 15 Esquemes d'armats de les quatre provetes.

A més d'aquestes armadures, es va col·locar una malla horitzontal i vertical per resistir la força de compressió. I es van realitzar proves de la longitud de les barres, per desenvolupar la capacitat de deformació de les barres escalades, ja que la força que aquestes barres poden realitzar varia amb l'escala. Cal esmentar que la longitud total de la barra correspon a la suma de la longitud del tirant més la longitud del seu ancoratge.

Un cop armades les quatre provetes, aquestes es carreguen sobrepasant la càrrega de disseny de 99,2 kN fins arribar a la fallida de la proveta. Per un posterior anàlisi dels resultats durant la càrrega de la proveta es van mesurar les fissures produïdes i les fletxes o deformacions de la biga.

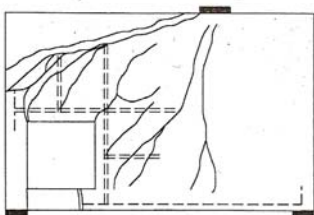
Un cop realitzar les proves, es van observar que totes les provetes van suportar la càrrega de disseny de 99,2 kN, i que per a la càrrega de disseny les provetes van experimentar deformacions petites amb poques fissures.

La càrrega en servei va ser de 64 kN i a aquesta càrrega no van aparèixer fissures. El principal factor que va limitar les quatre provetes, va ser degut al deteriorament del formigó amb grans càrregues. La esmentar que la força de les bigues es va sobrepassar entre un 40 i un 95% respecte la càrrega de càlcul.

La taula següent mostra els resultats obtinguts per a cada proveta assajada:

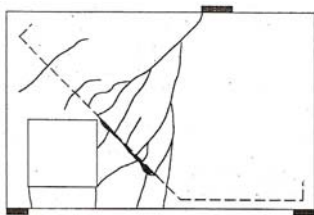
Proveta	f'_c , Mpa	Pes total d'acer utilitzat, (Kg)	Deformació amb 99,2 kN, (m)	Última prova de càrrega P_{test} , (kN)	Ratio P_{test}/P_u
1	28,753	4,037	0,00315	137,89	1,41
2	27,718	2,404	0,00333	146,78	1,50
3	27,856	3,447	0,00287	182,37	1,86
4	28,683	3,856	0,00282	191,26	1,95

Els models de fallida i de fissures de les provetes variaven segons l'armat. Per exemple les provetes sense reforç sota la obertura, la primera fissura apareixia al cantó esquerra de l'obertura.



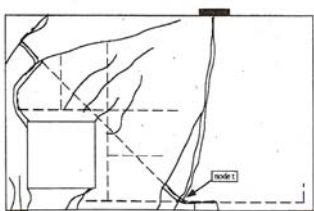
La figura de l'esquerra mostra les diferents fissures formades a la proveta número 1.

La fallida d'aquesta proveta va ser causada degut a la formació d'una gran fissura sobre de les barres verticals col·locades per sobre de la obertura. Aquesta fissura que es va iniciar a la part superior esquerra, va causar una tensió excessiva al nus col·locat a la part superior esquerra de l'obertura i es va començar a produir el trencament del formigó.



El model de fallida succeït a la segona proveta va ser diferents al explicat per a la proveta número 1. Aquesta fallida no es va produir degut a l'existència de les barres inclinades i la eliminació del nus per sobre de l'obertura. Aquestes barres inclinades a 45° van permetre que no es produís la gran fissura formada a la proveta número 1.

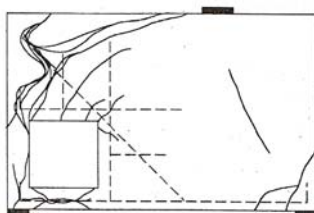
En aquest cas, la proveta número 2 fa fallar degut a les forces de flexió. Ja que aquesta era la proveta més flexible de les quatre. La segon proveta és la que va experimentar les major deformacions tot i que era més rígida que la proveta 1 per a càrregues baixes.



Per la tercera proveta, també es va desenvolupar la gran fissura de sobre de la obertura. Però en aquest cas, es va parar el seu creixement degut a l'existència de les barres de reforç que justament travessaven la fissura.

L'acer horitzontal i vertical va ser el responsable de que no es produís la fallida a flexió produïda a la segona proveta.

En el seu lloc es va formar una fissura recta en el nus inferior causa de la fallida a flexió del nus, ja que la fissura provocava que les barres longitudinals es dobleguessin. Aquestes forces deflexió van causar la caiguda i fissuració del formigó per sota del nus.



La col·locació de la armadura sota de l'obertura va produir que no es produís la fallida tal i com es va formar a la tercera proveta. Aquestes barres evitaven problemes a flexió..

La fallida per la quarta proveta es va produir a tallant.

En aquesta proveta es va produir una gran degradació del

formigó a la part esquerra de l'armadura doblegada i las barres de sota de la obertura van experimentar grans forces de flexió. La proveta 4 era la més rígida ja que l'acer col·locat a la part inferior de l'obertura no va permetre massa la deformació. En les altres provetes al no disposar d'aquest armat va aparèixer una gran fissura vertical, causant la caiguda de part de l'obertura. Tot i això la capacitat de càrrega de la proveta no es va veure afectada i va arribar gairebé al doble de la càrrega de disseny.

Cal esmentar que en el cas de les provetes 1 i 3 es va formar una fissura a la part inferior de l'obertura a 89 kN. Aquesta fissura demostra que el model de bieles i tirants funciona segons lo esperat. Es a dir que no es transmet cap esforç axil a través de la part inferior de l'obertura.

A 98 kN es va formar una fissura en 45° a la cantonada de la dreta de l'obertura que va demostrar que la barres de reforç suportaven càrregues.

A 111 kN es va produir les fissures des de la part esquerra de l'obertura fins al punt d'aplicació de la càrrega.

A partir d'aquí la proveta nº1 va seguir fissurant-se fins arribar al seu trencament a 138 kN. Aquestes fissures que van causar el trencament de la proveta 1 van parar-se al 125 kN per a la tercera proveta. I a aquesta càrrega es va formar una fissura que travessava la proveta des de l'armadura longitudinal. A 138 kN, aquesta fissura era excessiva i va provocar que el formigó del nus t'fallés i caigués.

A 178 kN la proveta es va trencar en dos parts.

Com a conclusions que va extreure de les proves realitzades, cal comentar que totes les provetes van actual tal i com predeia la teoria de bieles i tirants. Totes les provetes van resistir la càrrega de càlcul amb fletxes inferiors a $L/400$. I van suportar càrregues superiors al 40% de la de disseny. Per tal el mètode de bieles i tirants proporcionen solucions de dissenys conservadores y fiables.

Les provetes es van dissenyar per fallar a tallant, flexió o compressió, però totes van fallar de formes diferents. Per tant es pot concloure que el model de bieles i tirants, té una explicació per a cada fallida de les provetes.

2.9.3 Mènsula curta.

Suposem una mènsula curta, situada a un punt entremig d'un suport. Aquestes seccions són molt habituals en naus industrials. Aquestes mènsules són les encarregades de aguantar les bigues.

Com aclariment, cal destacar, que la regió D no només comprèn la mènsula curta. La regió D està formada per la mènsula curta i s'estén al suport de la mènsula tant per la part inferior com per la part superior del suport de la mènsula.

A continuació es mostra l'esquema d'una regió D formada per una mènsula curta:

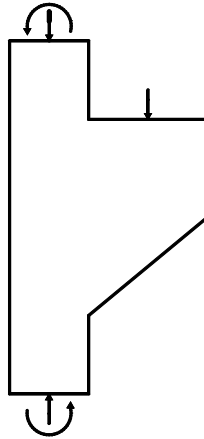


Fig.16 Regió D, d'una mènscula curta.

Tal i com s'ha explicat en capítols anteriors, el primer pas per dissenyar el model de bieles i tirants es tracta de substituir els esforços aplicats per forces puntuals.

L'efecte del pes propi de la mènscula curta es considera menyspreable enfront la càrrega puntual aplicada a la mènscula. Tot això genera que la regió de continuïtat amb el suport, està sotmesa a esforços d'axil, flexió i tallant.

Per fer la substitució d'esforços, es pot realitzar el càlcul en ruptura d'aquestes seccions, determinant els esforços resultants de tracció com els esforços resultants de les compressions del formigó. Cal esmentar que també existeix el tallant que equilibra la força horitzontal que pot generar la biga recolzada en la mènscula curta.

Cal esmentar que el model de bieles i tirants que es descriurà d'aquí a endavant no es contempla l'aplicació d'aquesta força horitzontal i per tant no es tindrà en compte el tallant generat per aquesta força.

Depenent de les combinacions possibles de forces aplicades, poden generar-se diferents models de bieles i tirants que es descriuen a continuació.

2.9.3.1 Cas en que el moment flector no canvia de signe per l'acció de la càrrega puntual sobre la mènscula curta..

Per a aquests casos poden proposar-se casos similars de models de bieles i tirants segons es situï la compressió i la tracció.

Com s'ha esmentat amb anterioritat, les bieles i tirants comencen en els punts d'aplicació de les càrregues amb les mateixes direccions que les càrregues. D'aquesta manera podem començar a dibuixar aquests models. Com ja s'ha explicat, les trajectòries de les càrregues han de quedar a l'interior de la regió en estudi, per tant caldrà inclinar la biela de compressió que genera la càrrega puntual de la mènscula curta.

A continuació es mostren els models que es poden generar en el cas de que el moment flector, no canviï de signe donada la càrrega puntual de la mènsula curta.

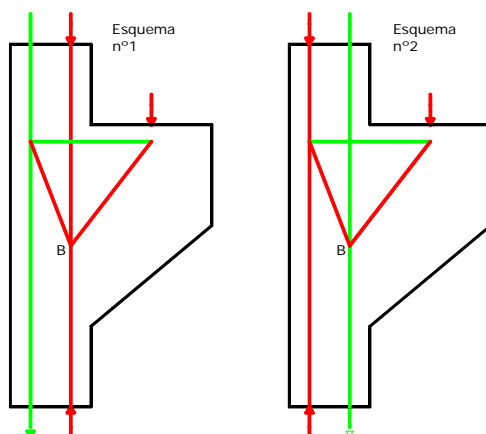


Fig.17 Models de bieles i tirants on el moment no canvia de signe.

Un cop desviada la trajectòria de la compressió cap a l'interior del formigó, aquesta es troba en el nus B. Aquesta es troba depenent del cas, amb la línia de càrrega de la compressió vertical (primer esquema), o amb la tracció vertical (segon dibuix).

2.9.3.2 Cas en que el moment flector canvia de signe per l'acció de la càrrega puntual sobre la mènsula curta..

Dintre d'aquestes variacions de models de bieles i tirants, segons si el moment canvia de signe, poden diferenciar-se diferents casos segons la possible generació d'esforços de tracció i compressió, o només de compressió sobre les seccions de continuïtat del suport de la mènsula. A continuació es mostren dos models:

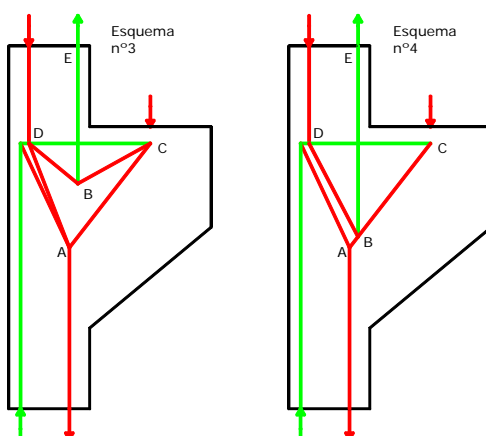


Fig.18 Models de bieles i tirants on el moment canvia de signe.

En aquests dos models es pot observar que s'ha format la biela DA, aquesta biela és l'encarregada de canviar l'excentricitat de la compressió que es transmet des de la secció superior a l'inferior. Aquesta biela es genera per l'acció de l'armadura horitzontal (tirant CD), i la biela inclinada CA de la càrrega aplicada a la mènsula curta.

El tirant BE, transmet les traccions de la secció superior. Aquest tirant ha de transmetre el seu esforç ancorat a partir del tirant CD, com a mínim una longitud d'ancoratge d'aquesta armadura. Així el nus B es troba en equilibri entre les armadures traccionades i les bieles que equilibren en tota la longitud de l'ancoratge.

Cal esmentar, que l'esforç de tracció de l'armadura horitzontal és més gran conforme disminueix la distància entre el punt B i l'armadura horitzontal. Per tant, és recomanable allunyar el nus B el màxim possible, perllongant l'armadura al màxim.

Els models de bieles i tirants anteriors poden simplificar-se eliminant la biela BD. Aquest model es mostra a continuació.

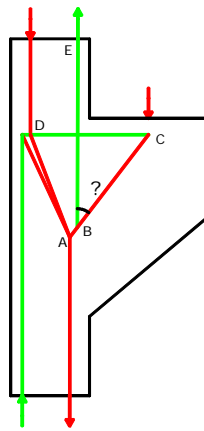


Fig.19 Simplificació eliminant biela BD.

Existeixen models anàlegs als casos anteriors (esquemes nº3 i nº4), però més simplificats. Això es degut a que els esforços aplicats sobre les seccions de continuïtat amb el suport s'equilibren sense necessitat de traccions. A continuació es representen els models simplificats dels esquemes nº3 i nº4.

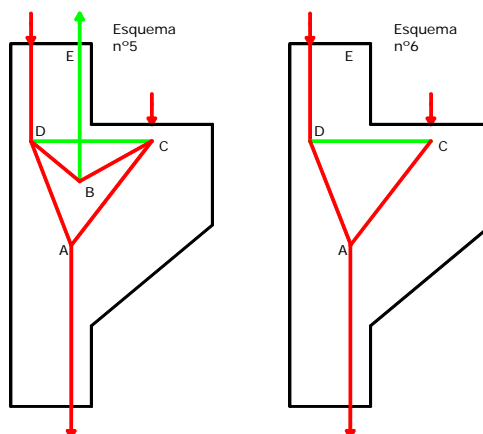


Fig.20 Simplificacions dels esquemes nº3 i nº4.

Podem afirmar que tots els models de bieles i tirants en una mènula curta, queden completament definits un cop definit l'angle θ , mostrat en anteriors figures. Aquest angle correspon a la inclinació de la biela generada a partir del esforç puntual aplicat a

la mènula curta. Aquest angle queda definit a l'EHE-08 (2008) segons el sistema de construcció.

$\text{Cotg } \theta = 1.4$ Mènula i suport es formigonen de forma monolítica.

$\text{Cotg } \theta = 1.0$ Primer es formigona el suport i un cop aquest ha endurit, es formigona la mènula.

$\text{Cotg } \theta = 0.7$ Primer es formigona el suport i un cop aquest ha endurit, es formigona la mènula. Però la superfície del formigó endurit té una rugositat dèbil.

2.9.4 Nusos i colzes en pòrtics.

Un lloc on es habitual trobar regions en D, són les unions entre bigues i pilars de pòrtics. Un cas particular d'aquest, és el nostre cas d'estudi on el nus del pòrtic està format per una biga que uneix dos pilars a diferents distàncies.

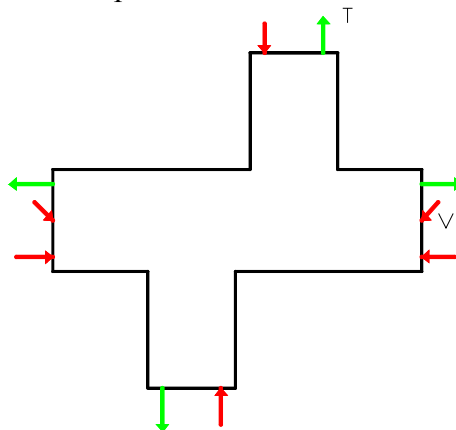


Fig.21 Secció de la regió D de un nus en un pòrtic.

Els moments flectors que actuen en aquestes seccions de continuïtat solen ser negatius, tot i així els esforços aplicats en el pilar superior pot causar que el moment flector a la dreta es converteixi en positiu. Les seccions dels pilars estan sotmeses a esforços de compressió i a flexió. Les cares interiors dels pilars tendeixen a alinear-se, això es degut a que el desplaçament del pilar superior respecte l'inferior crea un moment flector que fa que les compressions es concentrin en les cares interiors dels pilars.

Per contra, si el moment flector que es transmet des de la biga esquerra és molt gran, es poden invertir el signe dels flectors en els pilars fet que produeix que els pilars es separin un respecte l'altre.

Independentment d'on es trobin les forces de compressió dels pilars (cares internes o externes dels pilars), poden donar-se situacions diferents que varien la distribució de l'estructura internes, depenent de si el tracció del pilar superior és superior, inferior o igual al tallant de la biga en el canto on es troba el pilar superior.

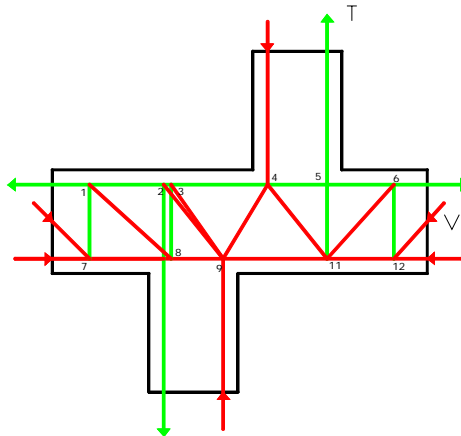


Fig.23 Gelosies de la biga en compressions a les parts internes i $T > V$.

2.9.4.3 Compressions a les cares interiors dels pilars amb el tirant del pilar superior igual al tallant de la part dreta de la biga.

Aquest cas és un cas particular dels dos anteriors explicats anteriorment amb la única diferència en que la biela 4-11 no resulta necessària.

2.9.4.4 Compressions a les cares exteriors dels pilars amb el tirant del pilar superior inferior al tallant de la part dreta de la biga.

En aquest cas les compressions es donen a les cares exteriors dels pilars. Amb aquesta situació igual que succeeïa en el cas de les compressions a les cares interiors es formen dos gelosies a la biga. En aquest cas les compressions del pilar superior es transmeten al inferior en el nus 8. Cal destacar que també és en aquest nus on es transmeten els tallants a través de la gelosia de la dreta com de l'esquerra de la biga.

Respectivament, la gelosia de l'esquerra està formada per un únic tirant entre el nus 1 i el 7 a més de dos bieles formades entre els nusos 1-8 i 8-7. La gelosia de la dreta més complexa, es forma amb les bieles 8-9, 8-3, 9-11, 11-12, 9-5 i 11-6 i amb els tirants 6-12, 5-11, 3-9, 3-5 i 5-6. A continuació es mostra la disposició de les dos gelosies generades.

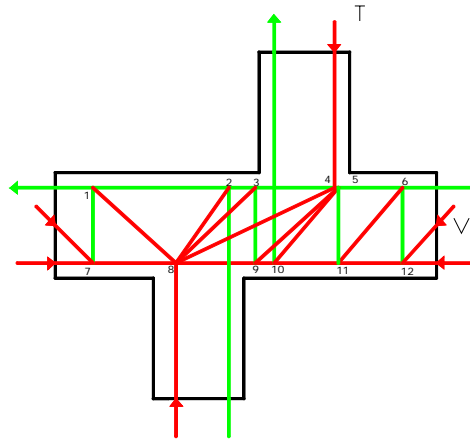


Fig.24 Gelosies de la biga en compressions a les cares externes i $T < V$.

En el diagrama anterior també s'observa com la compressió del pilar superior es transmet mitjançant la biela 4-8 el nus 8 acaba per transmetre'l al pilar inferior.

Donat que el tirant del pilar superior és menor que el tallant de la part dreta de la biga, part d'aquest tallant l'absorbeix el tirant del pilar superior. Això es fa gràcies a la disposició de una biela entre el nus 5 i el 10.

2.9.4.5 *Compressions a les cares exteriors dels pilars amb el tirant del pilar superior al tallant de la part dreta de la biga.*

De la mateixa manera que succeïa en el cas de les compressions a les cares interiors dels pilars, el tirant absorbeix tot el tallant en conseqüència el tirant 3-9 desapareix així com el nus 9 i totes les bieles que en ell s'hi formaven en el cas de que el tirant fos inferior al tallant. Amb aquest canvis, es necessita per equilibrar la component vertical una biela entre els nusos 4-10.

A continuació s'observen l'estructura interna formada quan el tirant és superior al tallant.

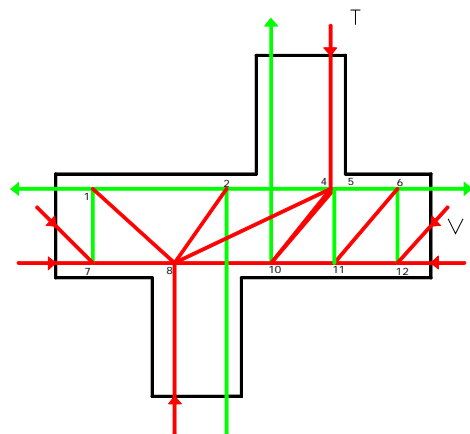


Fig.25 Gelosies de la biga en compressions a les cares externes i $T > V$.

3 MÈTODE DE GENERACIÓ DE CAMPS DE COMPRESSIONS I TRACCIONS PER BIELES I TIRANTS

3.1 Introducció

Les regions D són molt freqüents en les estructures d'enginyeria civil i en altres aplicacions. És possible trobar-les en les unions entre bigues i columnes, elements de gran cantell, zones d'introducció de càrregues puntuals i en general sempre que hi hagi obertures o canvis bruscos de geometria.

Segons l'estat del coneixement d'estructures de formigó, aquestes zones han de ser dimensionades i comprovades usant el mètode de bieles i tirants. Aquest mètode es basa en el Teorema del Límit Inferior de la Teoria de Plasticitat, el qual diu:

"Si s'aplica una càrrega externa Q sobre una estructura i es proposa una distribució de tensions en la qual es compleix que:

- a) No es supera la tensió de plastificació en cap punt.
- b) La distribució de tensions és estàticament admissible (està en equilibri).
- c) Es satisfan les condicions de contorn (suports).

Aleshores s'obté que la càrrega aplicada és un límit inferior de la càrrega de ruptura real".

Cal observar que el teorema bàsicament diu que una estructura dimensionada d'acord amb aquesta distribució de tensions estaria del costat de la seguretat, no diu que és la càrrega de ruptura real. D'altra banda, com el teorema es basa en la teoria de plasticitat només dona informació sobre el col·lapse o no de l'estructura, és a dir, només és aplicable en situació d'Estat Límit Últim.

Com s'ha dit abans, el mètode de bieles i tirants és una particularització del Teorema de Límit Inferior a les estructures de formigó armat en el qual s'ha de tenir en compte que el material en qüestió no és perfectament plàstic i té ductilitat limitada. Per tant, hi haurà limitacions addicionals per assegurar que la solució segueix mantenint-se del costat de la seguretat.

El mètode de les bieles i tirants requereix la substitució de l'estructura contínua per una gelosia equivalent formada per elements lineals a compressió (bieles), elements lineals a tracció (tirants) i nusos com s'indica a la Fig 26.

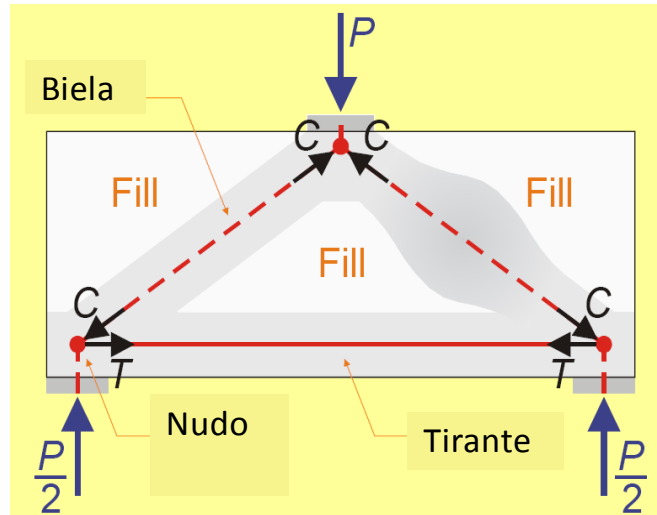


Fig. 26. Substitució estructura continua per gelosia equivalent.

La gelosia a utilitzar és proposada pel projectista seguint criteris derivats del Teorema del Límit Inferior. Amb independència de certs aspectes concrets relatius al bon comportament del material, el que se li exigeix a la gelosia és que sigui capaç d'explicar el flux de càrregues fins als suports i l'equilibri intern i extern de l'estructura. Així doncs, en general, hi ha moltes solucions possibles per a un mateix problema, aquestes produiran diferents tipus d'armat.

Encara que totes les possibles solucions satisfacin els criteris teòrics de la Teoria de Plasticitat, alguns armats poden tenir millor comportament en servei o fins i tot en trencament. De vegades no és simple discernir quin esquema de bieles i tirants és més adequat, especialment davant geometries complexes. Així doncs, en la pràctica l'ús de bieles i tirants no està molt estès excepte en el cas d'elements estàndards per als que hi ha esquemes recomanats per la pròpia normativa i altres publicacions.

Això ha motivat el desenvolupament d'una metodologia numèrica que sigui capaç de proposar esquemes de bieles i tirants, a base de camps de compressions i traccions, en regions D de geometries arbitràries.

Com a punt diferencial, la metodologia desenvolupada permet la incorporació de criteris constructius a l'hora de proposar els esquemes estàtics que definiran l'armat en funció de la posició i orientació dels tirants. No es requereix que l'usuari proposi un armat inicial, sinó que el mètode genera dos camps de traccions (tirants) i compressions (bieles) de forma automàtica en base a criteris d'optimització topològica. En el següent apartat es descriu la metodologia desenvolupada. Aquesta ha estat implementada en un programa específic sota la plataforma MATLAB®.

3.2 Mètode proposat.

El mètode proposat es basa en criteris d'optimització topològica partint de la solució lineal elàstic del problema estructural.

L'optimització topològica és el problema d'optimització de la forma estructural per suportar una determinada càrrega de forma més eficient. La forma clàssica, és suportar una determinada sol·licitació amb el menys pes de l'estructura o menys despesa de material.

La solució inicial s'obté mitjançant una anàlisi d'elements finits d'acord amb la teoria d'elasticitat. Per tant, es requereix una malla d'elements finits de l'estructura a analitzar. D'acord al mètode proposat, els passos necessaris per obtenir un esquema de bieles i tirants són:

- 1) Aïllar el cos lliure de la zona d'estudi i determinar les sol·licitacions equivalents.
- 2) Realitzar malla i anàlisi lineal elàstic.
- 3) Determinar distribució de eficiències de cada element.
- 4) Identificar camps de compressions i traccions.

En l'esquema anterior, el tercer pas engloba criteris energètics, i possiblement constructius, per definir un factor d'eficiència que reduirà el mòdul d'elasticitat de cada element finit. A continuació es desenvolupen els passos indicant els detalls més significatius.

3.2.1 Cos lliure de la regió D

El primer pas consisteix a aïllar el cos lliure la regió D a estudiar. La Fig. 27 mostra aquest procés en el cas d'una biga de gran cantell o en el cas d'una zona local d'un pòrtic. En el primer cas, l'estructura completa és la regió D de manera que no cal aïllar. Per contra, el nus del pòrtic forma part d'una estructura gran i haurà de ser aïllada. Al separar el cos lliure del node apareixen esforços interns que són necessaris per mantenir l'element i la resta del pòrtic en equilibri.

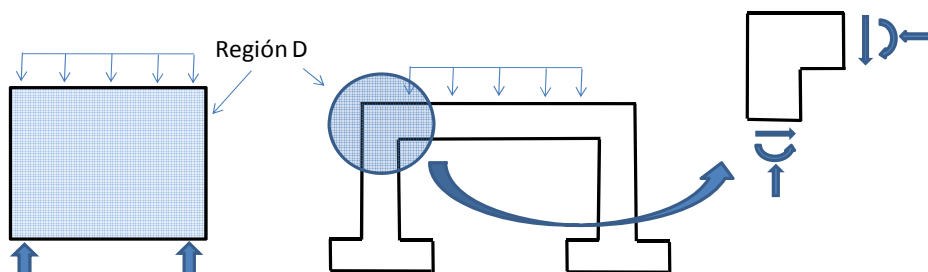


Fig. 27. Aïllament cos lliure de la regió D

De vegades hi ha càrregues distribuïdes a la regió D. Les càrregues distribuïdes se substitueixen per càrregues puntuals estàticament equivalents, és a dir que tinguin la mateixa resultant i passin pel mateix punt d'aplicació. Les sol·licitacions distribuïdes poden ser en general dels dos tipus indicats a la Fig. 28. En el cas de la biga de gran cantell amb càrregues distribuïdes al llarg de tota la seva longitud, es poden discretitzar en càrregues puntuals. Aquesta pas porta intrínsec certa subjectivitat ja que segons diferents sistemes de càrregues poden representar millor o pitjor l'efecte de la càrrega distribuïda.

Un altre tipus de sol·licitacions distribuïdes són els esforços seccionals. Aquests estan distribuïts al llarg de cada secció. En general, es substituiran els flectors per un parell de forces separades per una estimació del braç mecànic de la secció. S'evitarà col·locar el esforços axial com una sola càrrega puntual al centre de la secció, sinó que es dividirà en dues càrregues del mateix signe que se sumaran al parell de forces provinent de l'esforç flector.

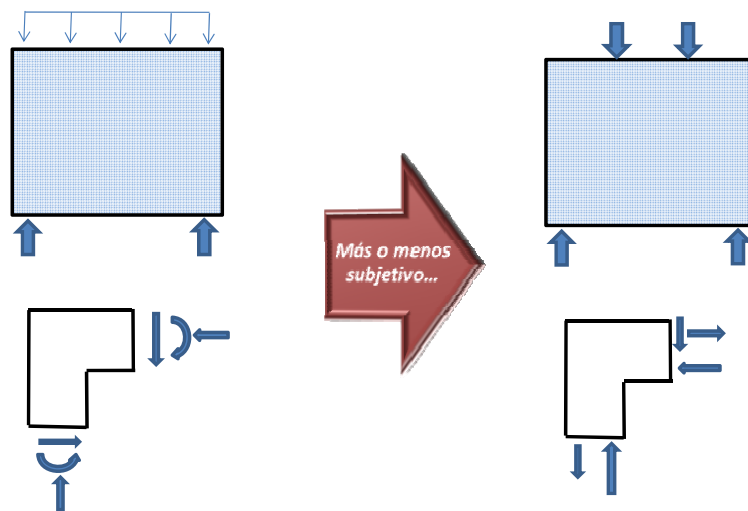


Fig. 28. Transformació de càrregues distribuïdes en puntuals estàticament equivalents.

L'esforç de tallant es pot localitzar, almenys teòricament, en qualsevol punt de la secció transversal. De fet, en el cas de la zona de biga del nus de la Fig. 28, si es col·loca en l'extrem inferior de la secció generaria traccions diagonals mentre que si es col·loca en l'extrem superior, produeix compressions com es mostra a la Fig.29. Ambdues solucions són teòricament possibles, però, la segona requereix més longitud d'acer la qual cosa fa que no sigui la preferida per dues raons: és més flexible i per tant gasta més energia de deformació, no és més costosa. En general, sempre que sigui possible, es localitzarà la força tangent a la secció en el punt que genera compressions obliques.

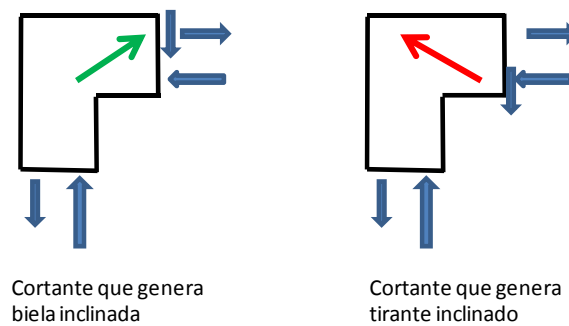


Fig. 29. Efectes de la posició de l'esforç tallant en una secció.

3.2.2 Anàlisi elàstic

Un cop definida la zona a estudiar, es realitza l'anàlisi lineal elàstic, Fig. 30. Per això s'ha desenvolupat un programa d'elements finits en entorn MATLAB®. El programa utilitza elements triangulars amb funcions de forma tipus polinomis de Lagrange amb interpolació lineal. En aquest pas, es requereix definir una malla que serà utilitzada en els passos posteriors del mètode i la seva influència en el resultat final s'estudia en els capítols següents.

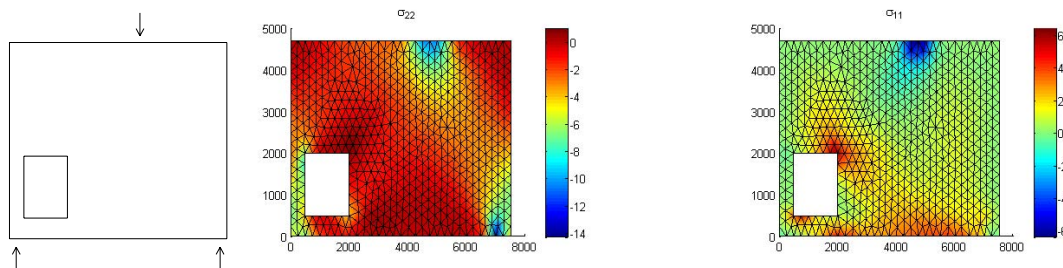


Fig. 30. Solució lineal elàstica. a) Regió D, b) compressions principals, c) traccions principals.

3.2.3 Factor d'eficiència

En aquesta part del mètode es defineix un factor d'eficiència que afecta les propietats elàstiques de cada punt. És a dir, es potencia la formació i definició dels camps de tracció i compressió mitjançant una distribució heterogènia del material. El factor d'eficiència inclou, en general, aspectes energètics i, opcionalment, altres condicionants que poden influir en els criteris d'armat. En aquest estudi s'han utilitzat dos criteris diferents que es descriuen a continuació.

Criteri 1: Optimització isòtropa sense criteri constructiu

Aquest criteri defineix el factor d'eficiència de manera idèntica per compressió i tracció. Per tant, dona igual pes als camps de traccions i compressions. Es busca, per tant optimitzar l'energia de deformació del sistema sense considerar cap aspecte constructiu específic.

Amb aquest criteri es defineix el factor d'eficiència com la ràtio entre la densitat d'energia (energia per unitat de volum) de l'element i la densitat d'energia de tota la regió D:

$$f_e = \frac{E_e}{E_m} \quad (1)$$

On E_m és l'energia per unitat de volum mitjana en tota l'estructura, calculada com el producte escalar del vector de forces nodals per desplaçaments nodals i dividit pel volum de tota la regió D:

$$E_m = \frac{P \cdot d}{Vol} \quad (2)$$

El terme E_e l'energia per unitat de volum de l'element, calculada com:

$$E_e = \sigma \cdot \epsilon = \sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau \gamma = \sigma_{11} \epsilon_{11} + \sigma_{22} \epsilon_{22} \quad (3)$$

La densitat d'energia en l'element és una propietat escalar que no varia amb el sistema de coordenades elegit. Per tant, en l'equació (3) es representa que aquesta es pot calcular amb totes les components de tensions i deformacions en el sistema global o, alternativament, amb les tensions i deformacions principals.

El factor d'eficiència f_e s'utilitza per modificar les propietats elàstiques del material. Es defineixen així el mòdul d'elasticitat (E) i mòdul de tallant (G) modificades per a cada element (e):

$$E^*_e = f_e E \quad (4)$$

$$G^*_e = f_e G \quad (5)$$

Es repeteix l'anàlisi lineal elàstic amb la nova distribució de propietats mecàniques i es reajusten els factors d'eficiència. El procés acaba quan entre dues iteracions l'energia de deformació no canvia significativament segons la tolerància definida.

Aplicant aquest criteri a la regió D de la Fig. 30 i s'obté la següent evolució d'energies i volum de material al llarg de les successives iteracions.

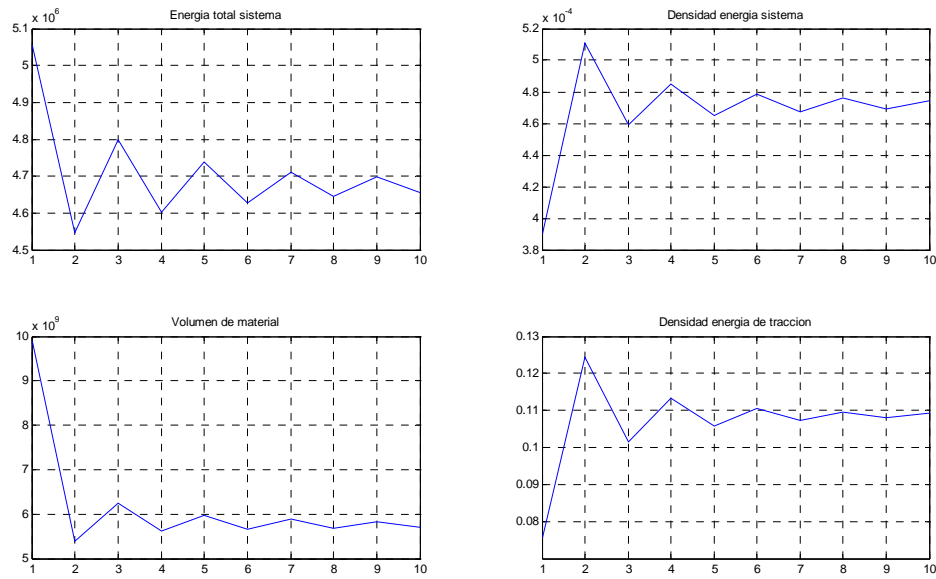


Fig. 31. Evolució de l'energia de deformació amb el número d'iteracions. Criteri 1.

S'observa que en 10 iteracions s'ha obtingut una variació de l'energia del sistema menor al 1% (0,88%) per la qual cosa es considera que el problema ha convergit. Al final del procés, la distribució de tensions de compressió i tracció així com l'eficiència de cada element es mostra a la Fig. 32.

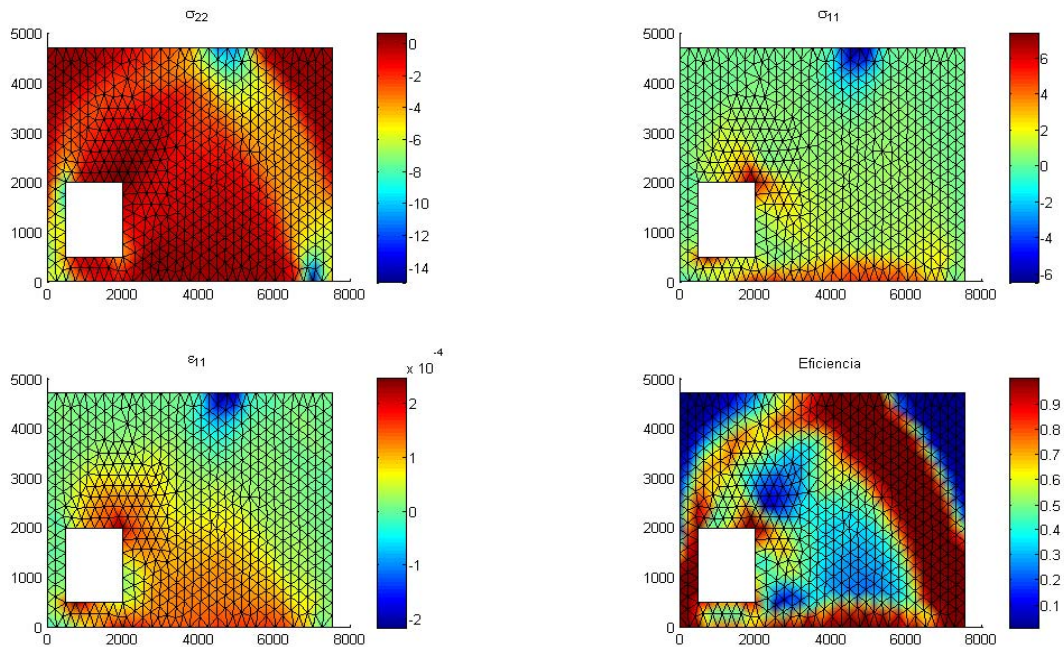


Fig 32. Distribució de tensions principals de compressió i tracció, deformacions principals i factors d'eficiència. Criteri 1.

Criteri 2: Optimització amb criteri constructiu per a armadures.

Amb aquest criteri es pretén distingir entre els camps de tracció i compressions per prendre decisions diferents en cada un d'ells. Això està motivat pel fet que, en la pràctica, les armadures es prefereixen col·locar de manera horitzontal o vertical. Si és possible, se solen evitar direccions obliqües d'armat que, com es mostra a la Fig. 32, poden representar la solució més òptima des del punt de vista del material. No obstant això, dificulten la construcció.

En aquest criteri, es defineixen els factors d'eficiència de forma diferent per compressió o tracció. El primer pas és, per tant, decidir si un element forma part d'un camp de tracció o de compressió. Per a això es quantifica la densitat d'energia de deformació de l'element d'acord a l'Eq. (3). La densitat d'energia total es pot dividir, per tant en una component de tracció i una altra de compressió:

$$E_e = \sigma_{11}\varepsilon_{11} + \sigma_{22}\varepsilon_{22} = E_{e,t} + E_{e,c} \quad (6)$$

La quantitat de treball de tracció de l'element es pot mesurar com:

$$f_t = \frac{E_{e,t}}{E_e} = \frac{\sigma_{11}\varepsilon_{11}}{E_e} \quad (7)$$

Si el nivell de treball de tracció d'un element sobrepassa el llindar escollit, es considera que forma part d'un camp de traccions i, per tant d'un tirant. Si no sobrepassa el llindar, forma part d'una biela. Els factors d'eficiència en cadascuna de les dues situacions possibles es defineixen a continuació.

Elements en camps de compressions: $f_t \leq a^*$

En els camps de compressions es manté el mateix factor d'eficiència del criteri 1, definit únicament mitjançant energia total. La matriu constitutiva de l'element és isòtropa i es modifiquen les característiques mecàniques d'acord amb el factor d'eficiència de l'Eq. (1).

Elements en camps de traccions: $f_t > a^*$

Quan l'element forma part d'un camp s'intenta que les direccions principals de les traccions no siguin obliqües. Per potenciar el treball en direccions vertical i horitzontal, s'utilitza en l'element de tracció la següent matriu constitutiva ortòtropa:

$$D = f_{et} \begin{bmatrix} f_x E & 0 & 0 \\ 0 & f_y E & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

On f_x , f_y i f_{et} es defineixen com:

$$E_x = \sigma_x \varepsilon_x \quad (9)$$

$$E_y = \sigma_y E_y \quad (10)$$

$$f_x = \frac{E_x}{\max(E_x E_y)} \quad (11)$$

$$f_y = \frac{E_y}{\max(E_x E_y)} \quad (12)$$

$$f_{xy} = \frac{E_x + E_y}{R_c} \quad (13)$$

$$f_{et} = f_x f_y f_{xy} \quad (14)$$

Un cop coneguda la distribució d'eficiències, es repeteix l'anàlisi lineal elàstic amb la nova distribució de propietats mecàniques i es reajusten els factors d'eficiència. El procés acaba quan entre dues iteracions l'energia de deformació no canvia significativament segons la tolerància definida.

En aplicar aquest criteri a la regió D de la Fig. 30 s'obté la següent evolució d'energies i volum de material al llarg de les successives iteracions.

S'observa que en 3 iteracions s'ha obtingut una variació de l'energia del sistema menor a l'1% (0.6%) per la qual cosa es considera que el problema ha convergit. Al final del procés, la distribució de tensions de compressió i tracció així com l'eficiència de cada element es mostra a la Fig. 34. En comparar el resultat de la Fig. 34 amb el de la Fig. 32 s'aprecia eliminació dels camps de traccions obliques. La zona més traccionada es localitza en el mateix punt, part superior dreta de l'obertura, però a la Fig. 34 el flux de traccions només vertical i horitzontal.

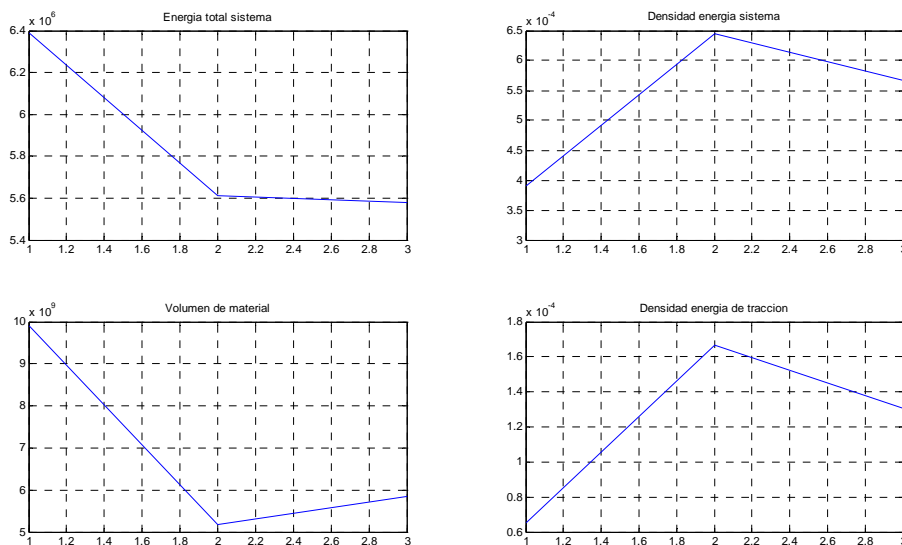


Fig. 33. Evolució de l'energia de deformació amb el número d'iteracions. Criteri 2.

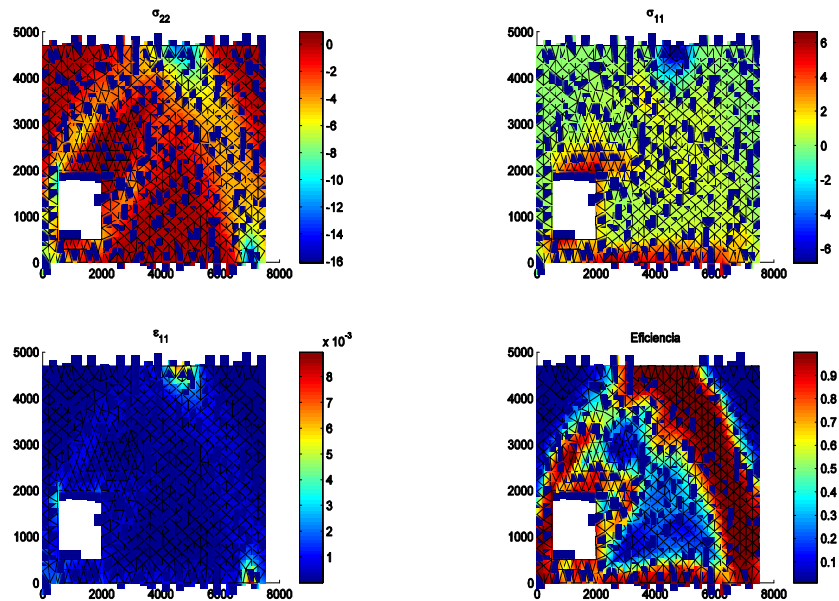


Fig. 34. Distribució de tensions principals de compressió i tracció, deformacions principals i factors d'eficiència. Criteri 2.

3.2.4 Identificar camps de traccions i compressions

L'últim pas consisteix a identificar els camps de tracció i compressió generats amb els respectius models de bieles i tirants. Aquest és un pas d'interpretació dels resultats del tipus que es mostren les figures 32 i 34. A continuació hi ha els esquemes de bieles i tirants obtinguts per ambdues metodologies. Aquests esquemes són estàticament admissibles i expliquen el flux de forces fins als suports. Són susceptibles de ser emprats per a la posterior comprovació d'aquestes zones d'acord amb la normativa emprada.

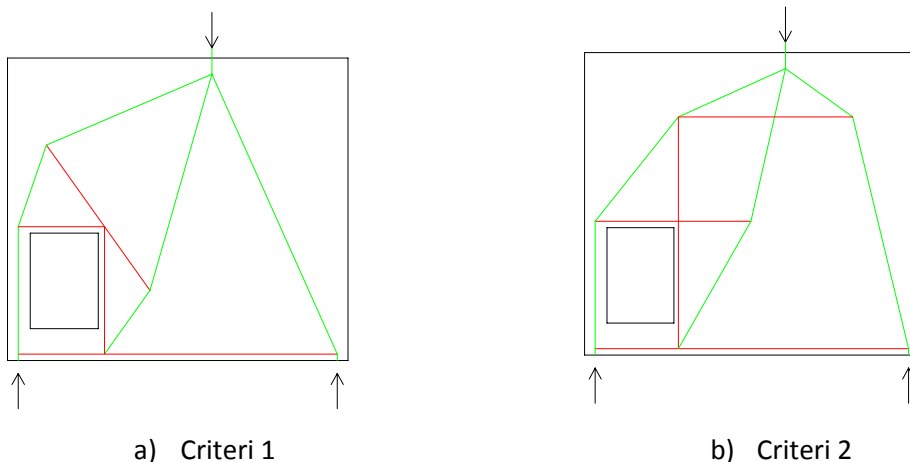


Fig. 35. Esquemes de bieles i tirants obtinguts amb els criteris 1 i 2

4 CASOS D'ESTUDI

En el següent apartat es descriuen casos pràctics de l'aplicació del programa SAT. Amb aquest programa, s'ha desenvolupat la generació automàtica de bieles i tirants per el dimensionament de regions D en estructures de formigó, a partir de dos criteris. Cal esmentar que amb aquest programa es poden programar i estudiar altres criteris d'anàlisi. El primer criteri per a la nostre tesina, consisteix en la generació de tirants en qualsevol direcció. Això significa que l'armadura a disposar, pot estar col·locada de formes diferents a 90° o 0° . En canvi el segon criteri, obliga al programa a disposar l'armadura en horitzontal o vertical.

A continuació es representen els resultats obtinguts del programa. Per a totes les figures i cada criteri, es presenten tres figures: la primera figura de cada dibuix correspon a les compressions que es produeix en el formigó amb l'aplicació de les càrregues corresponents. La segona dibuixa els tirants que equilibren les corresponents compressions. I per últim, es mostra conjuntament les bieles i els tirants formats.

4.1 Recolzament a mitja mossa, recolzat a la part inferior esquerra.

La primera figura en estudi correspon a un recolzament a mitja mossa. Per a poder realitzar l'anàlisi, comprovació i comparació entre els diferents criteris, s'ha escollit un mida de malla petita, perquè la solució obtinguda sigui la més exacta possible. En capítols posteriors es comprovarà la influència o no d'aquest tamany de la malla amb el que s'hagi realitzat el disseny de les bieles i tirants corresponents. En aquest cas, la malla utilitzada corresponia a la de 25 mm de separació entre nusos.

A continuació s'observa la geometria i les càrregues aplicades en el recolzament a mitja mossa recolzat en la part esquerra:

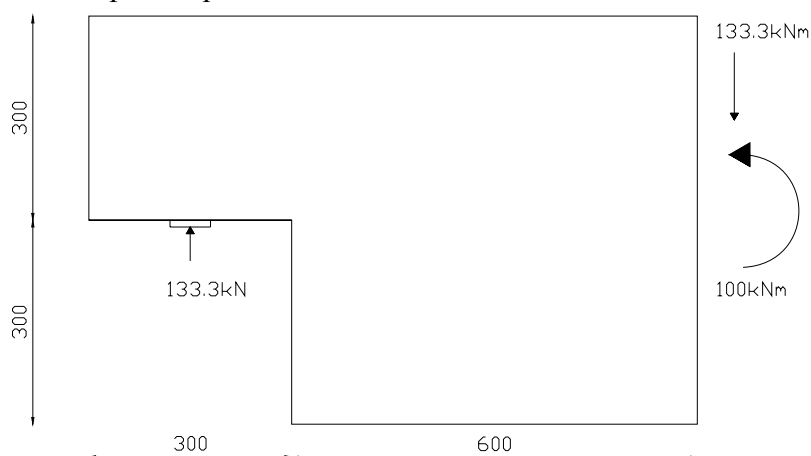


Fig. 36 Geometria de la regió D del recolzament a mitja mossa recolzat en la part esquerra.

4.1.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

A Continuació es mostren els resultats de bieles i tirants a partir del criteri nº1, on els tirants poden formar-se en qualsevol direcció. Tal i com es pot observar en la fig.37, en el punt del recolzament on està aplicada una càrrega vertical de compressió de 133.3 kN, es forma una biela vertical que va des del punt d'aplicació d'aquesta reacció fins a la part superior de la figura on es forma un horitzontalment una altre biela com a resposta a l'aplicació de les compressions del moment de la part dreta de la regió.

Per que es pugui produir aquest canvi de direcció, on la biela passa de ser vertical a disposar-se horitzontalment i que el nus es trobi en equilibri es fa arribar les traccions de la part inferior de la figura. Aquest tirant es descriurà més endavant.

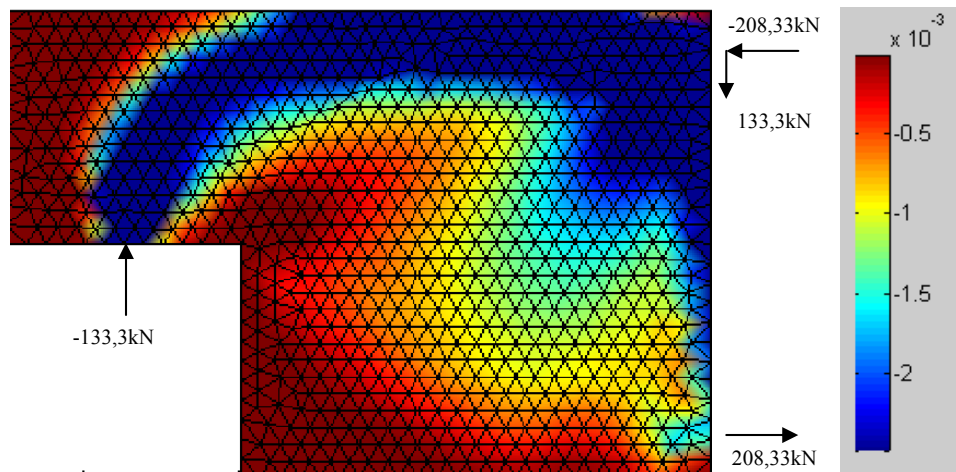


Fig.37 Bieles de compressió del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

A més de aquestes bieles a la part inferior de regió es concentren les traccions, produïdes per el moment de 100 kNm aplicat a la regió. Aquest moment és el responsable que a la part inferior es formi un tirant, tal i com es pot observar a la figura 38, on es representen les traccions generades a partir de programa SAT.

Aquest tirant recorre horitzontalment fins aproximadament la meitat de la part inferior de la secció. En aquest punt es forma un nus, on les traccions abans esmentades es desvien fins al nus on es trobaven la biela vertical i horitzontal. D'aquesta manera el nus de les dos bieles queda equilibrat gracies precisament a aquest tirant.

Per tal de que tota la gelosia resti en equilibri, només falta equilibrar el nus on es desvien les traccions i també falta absorbir el tallant que està aplicat a la part dreta de la secció. Per solucionar aquest dos problemes, es forma una biela inclinada tal i com es pot observar a l'estructura de bieles i tirants que es mostra a la figura 39. Amb aquesta biela es pot equilibrar el nus on es desvien les traccions i absorbeix les tensions que es produeixen degut l'aplicació del tallant en el nus on també estan aplicades les compressions generades per el moment.

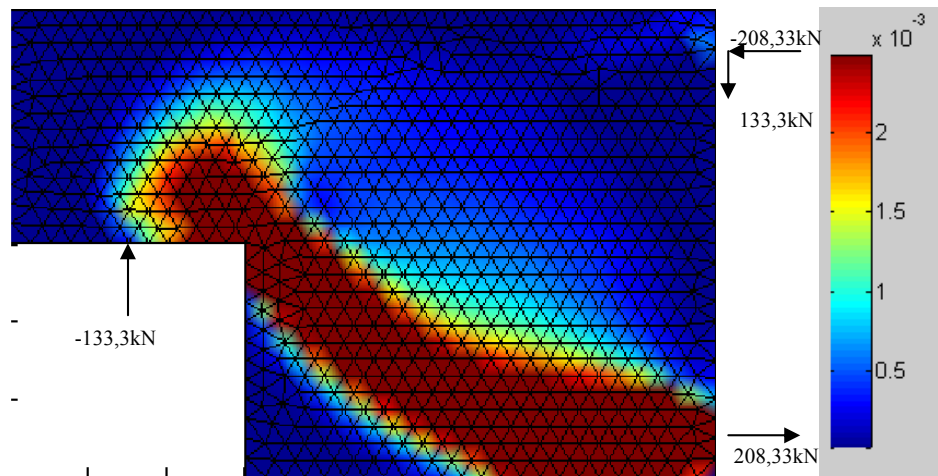


Fig.38 Tirants del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

A continuació es pot observar l'estructura de bieles i tirants formada, anteriorment explicada. On es mostra las bieles i els tirants generats per el programa.

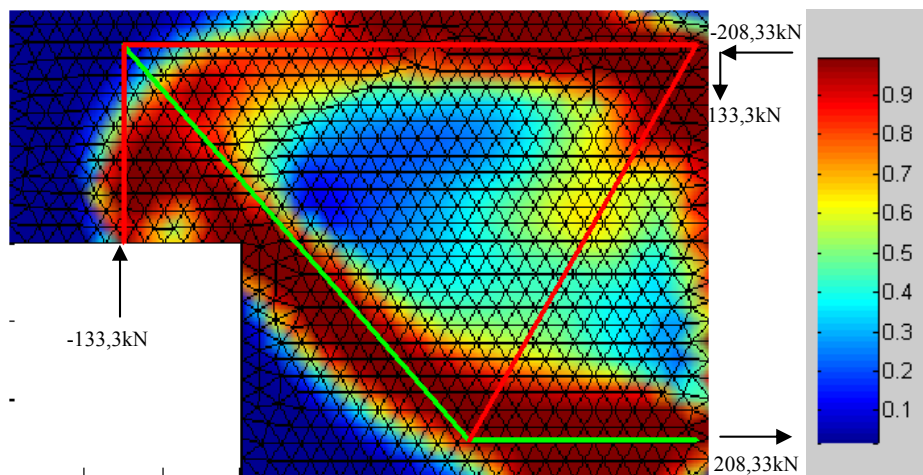


Fig.39 Estructura de bieles i tirants del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

Com a comentari final, en la figura 37 i en la 39 s'observa que en la part dreta de la regió sembla que es formi una biela que recorre des del punt d'aplicació de les compressions produïdes pel moment fins a les traccions del mateix moment, cal aclarir que aquesta biela no existeix. Aquestes tensions que es mostren a les dos figures corresponen a fets localitzats produïts per l'aplicació de les càrregues puntuals en els diversos punts d'aplicació en la regió.

4.1.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

Les tres figures següents, mostren els resultats obtinguts d'aplicar el criteri nº2. Amb aquest criteri el programa intenta disposar, els tirants de manera horitzontal i vertical, format 90°. Aquest criteri és important donat la facilitat constructiva que representa col·locar d'aquesta manera l'armadura de les peces.

Per l'estudi d'aquest criteri, no s'ha canviat la malla de 25 mm, respecte el criteri 1, per poder comparar en igualtat de condicions.

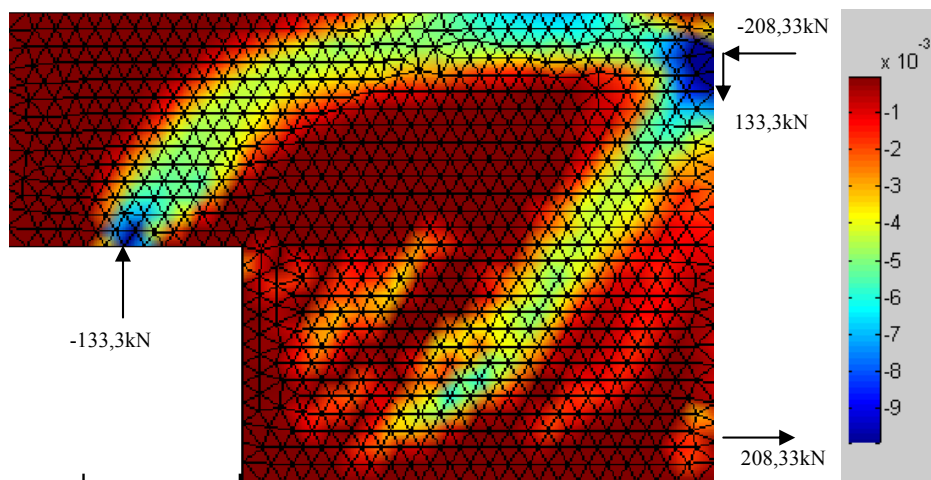


Fig.40 Bieles de compressió del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

La figura anterior, (Fig.40), mostra les bieles que es formen amb aquest criteri. Com es pot observar aquest criteri crea bieles diferents comparat amb el criteri 1.

Una primera diferència que s'observa, és la biela que genera la reacció del recolzament en la mitja mossa. Mentre que en el primer criteri la biela que es produïa era vertical, en aquest criteri la biela passa a inclinar-se, gràcies a la formació del tirant horitzontal. Aquest tirant permet que aquesta biela pugui inclinar-se sense perdre l'equilibri del nus. La resta de bieles que es formen no varien respecte l'anterior criteri, tal i com es pot observar en la fig.42 on es mostra l'estructura de bieles i tirants.

Aquest tirant horitzontal es produeix, degut a que el programa intenta repartir les traccions produïdes i les col·loca de manera vertical i horitzontal. Aquest tirant horitzontal que surt de la reacció del recolzament i un altre vertical que recorre tota la secció, des de el punt on es canvia la direcció de la biela superior fins al tirant inferior, són els dos tirants que substitueixen al tirant inclinat que es formava en el criteri anterior. Aquest tirant vertical també és el responsable de canviar la direcció del tirant horitzontal inferior que es formava amb les traccions del moment. Aquest dos tirants s'observen clarament en la fig.41, on s'observa les dos barres a 90° perfectament. Aquest nus on es canvia la direcció del tirant està equilibrat per l'aparició d'una biela inclinada.

Existeix un altre tirant, aquest va des d'on acaba la barra horitzontal del recolzament fins la biela inclinada que absorbeix la reacció del tallant aplicat i que arriba al tirant horitzontal inferior.

Com es pot observar aquest tirant no es reflexa de manera tant clara. Cal esmentar que els quatre tirants formen una espècie de quadrat que cal equilibrar amb una altre biela. Ja esmentada anteriorment. Aquesta biela s'observa a la fig.40 i de manera més clara a la figura que representa l'estructura de bieles i tirants (fig. 42).

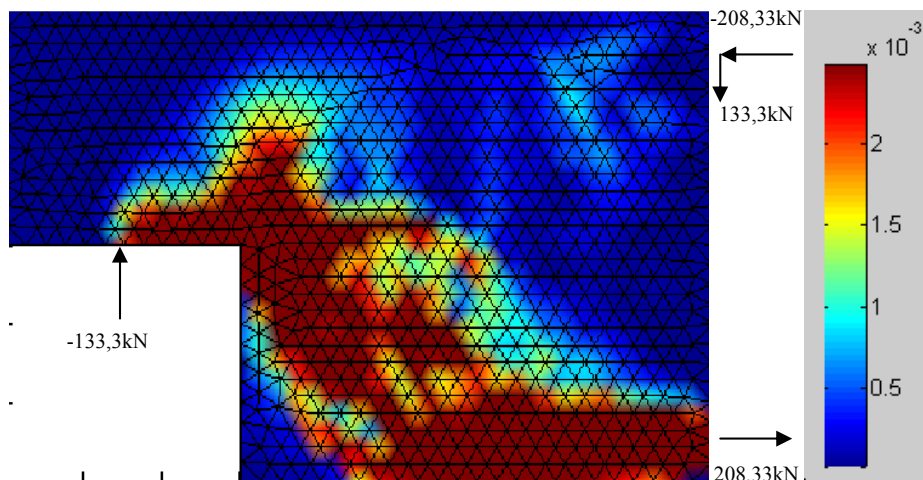


Fig.41 Tirants del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

Aquests tirants verticals no s'observen amb tanta claredat com els que formen els 90° i el que produeix la reacció de tracció del moment. Tot i així, s'intueix que l'estructura possible sigui aquesta, ja que equilibra la resta de bieles i tirants i justifica l'aparició de la petita biela inclinada en aquesta zona de la regió D del recolzament a l'esquerra a mitja mossa.

En l'esquema següent, s'observa tota l'estructura que s'ha descrit amb anterioritat. Com es pot observar en dita figura l'eficiència de la zona on es troben les bieles verticals és inferior a la resta. Això demostra que aquesta zona podrien existir una quantitat d'armadures repartides que absorbeixin, les traccions que es produeixen en aquesta zona.

Cal destacar també que tot i que la biela que absorbeix el tirant i el tirant que es forma per l'aplicació de les traccions del moment, es forma de la mateixa forma que es formaven en el cas del criteri 1, descrit en l'apartat anterior, cal destacar que el nus d'unió es forma en llocs diferents. Mentre que en el primer criteri es formava en la meitat de la part inferior de la regió, això no succeeix en el cas del criteri on es disposen el tirant de forma horitzontal i vertical. En aquest segon cas, aquest nus es forma més cap a l'esquerra que en l'altre cas.

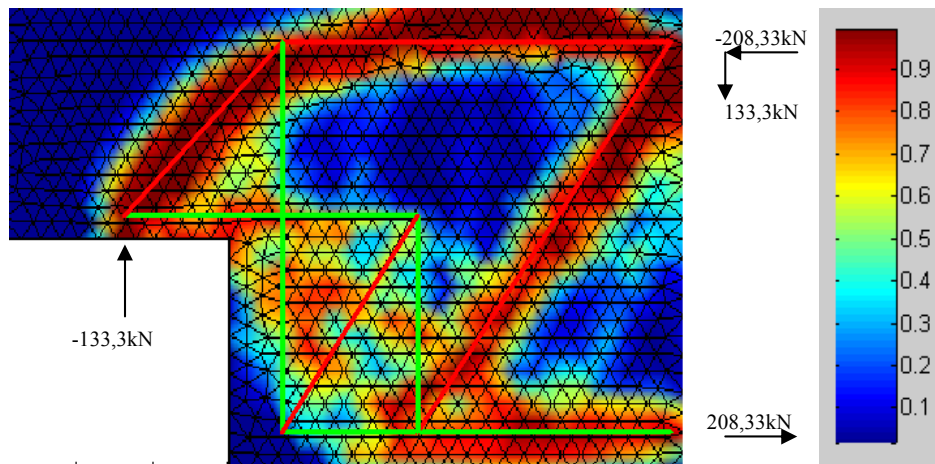


Fig.42 Estructura de bieles i tirants del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

4.2 Biga de gran cantell amb una obertura.

La biga de gran cantell presenta una obertura a la part esquerra de biga. Aquesta biga esta recolzada a la part inferior, amb un recolzament a cada extrem. A cada recolzament es produeix una reacció de compressió de 600 kN. La figura està en equilibri ja que al centre de la part superior de la biga està aplicada una força puntual de 1200 kN. Per tal de poder realitzar la comparació entre les dos estructures de bieles i tirants que genera el programa SAT, amb cadascun dels criteris, tal i com passava en el cas anterior, s'ha escollit una mida de malla petita. Aquesta mida de malla petita en aquests cas correspon a 50 mm de pas de malla entre els diversos nusos.

En la següent figura s'observa la geometria de la secció i les corresponents càrregues:

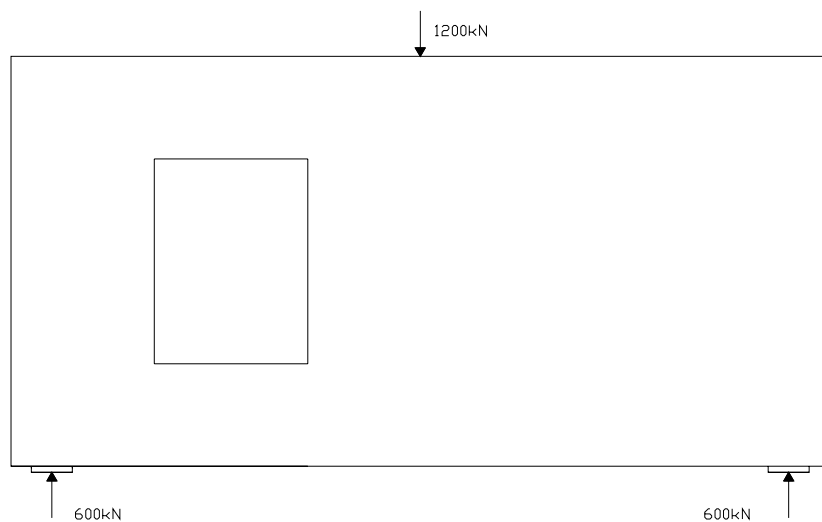


Fig. 43 Geometria de la regió D de la biga de gran cantell amb una obertura. A continuació es descriu les diferents estructures de bieles i tirants formades amb els dos criteris, acompanyat de les figures explicatives corresponents.

4.2.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

Cada reacció provocada per el corresponents recolzament provoca una biela de compressió en la biga. En el cas de la biela esquerra, puja verticalment fins que es produeix un canvi de direcció. Aquest canvi de direcció produeix una altre biela que arriba de manera inclinada fins a la part superior de la biga esquivant l'obertura. Aquí de nou es torna a desviar fins arribar al punt d'aplicació de la càrrega puntual, formant de nou una biela. Aquestes tres bieles es formen degut principalment a l'existència de l'obertura. En cas no se existir aquesta, el més probables és que es produís el que succeeix en la part dreta.

Tal i com s'observa a la part dreta la reacció del recolzament forma una biela en aquest cas inclinada que permet transmetre les càrrega puntual superior a través de la biga fins arribar al recolzament. Tal i com s'observa en la fig. 44, l'existència de l'obertura produeix que aquesta biela de la part dreta no sigui recta des del punt d'aplicació de la càrrega puntual fins al recolzament, arriba a un punt que es produeix un canvi de direcció provocat per el tirant horitzontal que permet que l'estructura sigui estable.

Tots els canvis de direcció són possibles gracies a l'existència dels tirants que es descriuen a continuació. Primer existeix un tirant que recorre la part inferior de la biga fins arribar aproximadament a la meitat de l'obertura. Aquest tirant permet que la biela que es forma en el recolzament de la part dreta pugui formar-se de forma inclinada. Aquest tirant, es desvia des de la part inferior de l'obertura fins al nus que desvia les compressions de la biela vertical que es forma en el recolzament de l'esquerra, quedant d'aquesta manera el nus equilibra.

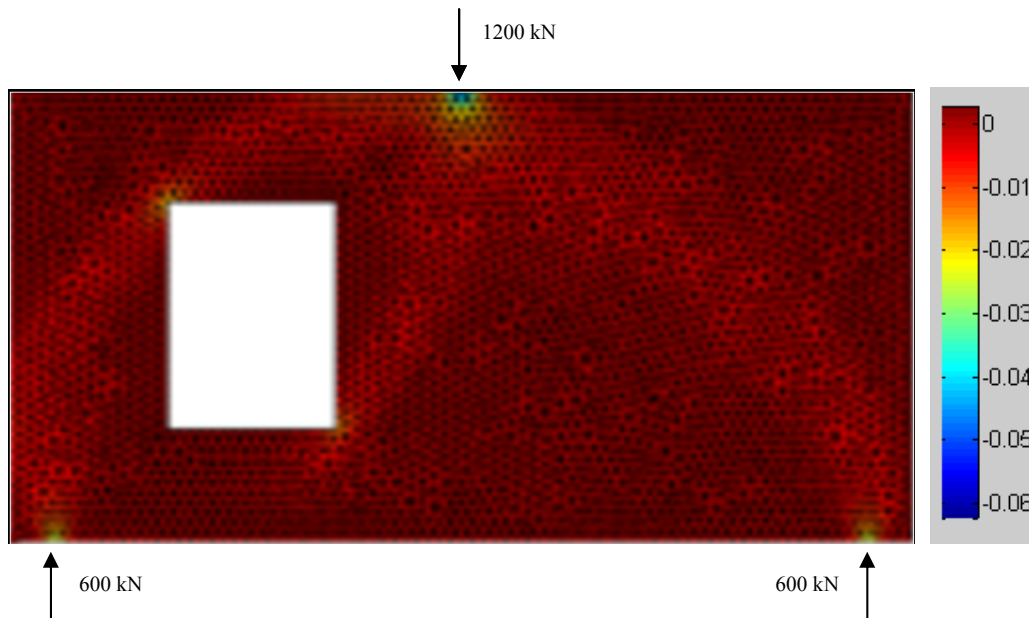


Fig.44 Bieles de compressió de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

Com s'observa en la figura 45, existeix un altre tirant que permet que la biela horitzontal superior canviï la seva direcció per dirigir les compressions a la biela

vertical. Aquest tirant es prolonga inclinat fins sobrepassar la cantonada dreta superior de l'obertura.

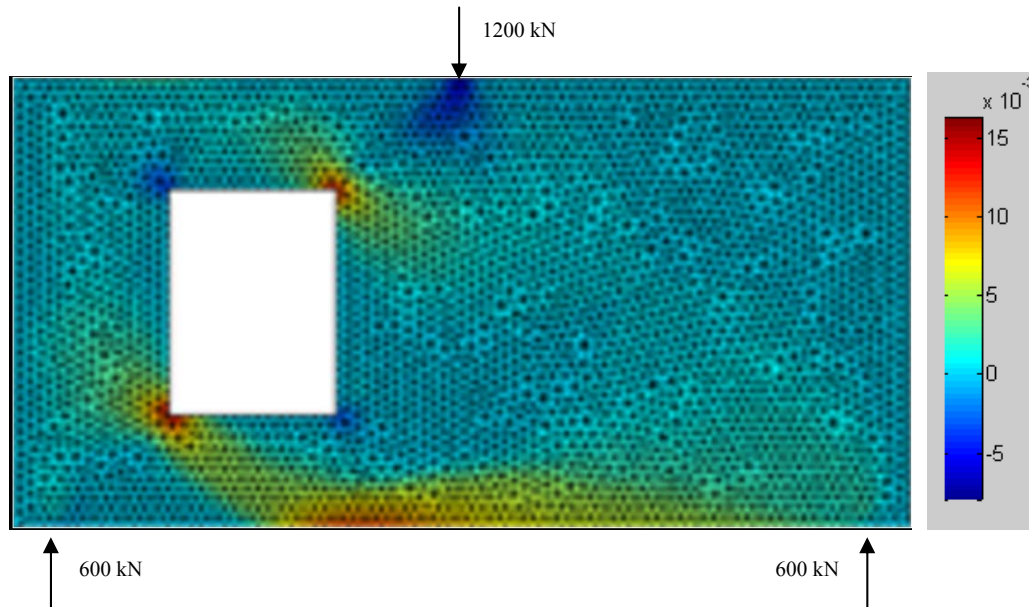


Fig.45 Tirants de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

És precisament aquest punt on es genera un nus on arriben diverses bieles i tirants. Existeix una biela que va des d'aquest nus, al punt d'aplicació de la càrrega vertical. Aquesta biela permet que les compressions es desviïn cap al recolzament de la dreta de manera inclinada fins arribar a l'altre nus o es tornen a desviar de nou abans d'arribar les compressions al recolzament. Aquest últim canvi de direcció esmentat es produeix gràcies a que es forma un tirant horitzontal que va des d'aquest nus a l'altre nus on es produïa el tirant inclinat.

Tal i com s'observa a la fig. 46, només falta una altra biela per equilibrar tota l'estructura. Aquesta biela es forma des de el nus on es disposava el tirant inclinat, i arriba a la part inferior de biga per equilibrar el nus inferior. Aquest nus era el responsable de desviar el tirant inferior que es produïa en el recolzament de la dreta fins desviar les traccions a la biela vertical del recolzament de l'esquerra.

D'aquesta manera l'estructura que s'ha descrit permet transmetre els esforços aplicats de la part superior, a la part inferior de la biga, tot i l'existència de l'obertura a la part esquerra de la biga.

A continuació, en la fig.46, s'observa l'estructura en equilibri de bieles i tirants final que es forma a partir del criteri n°1, on no cal que els tirants restin horitzontals o verticals.

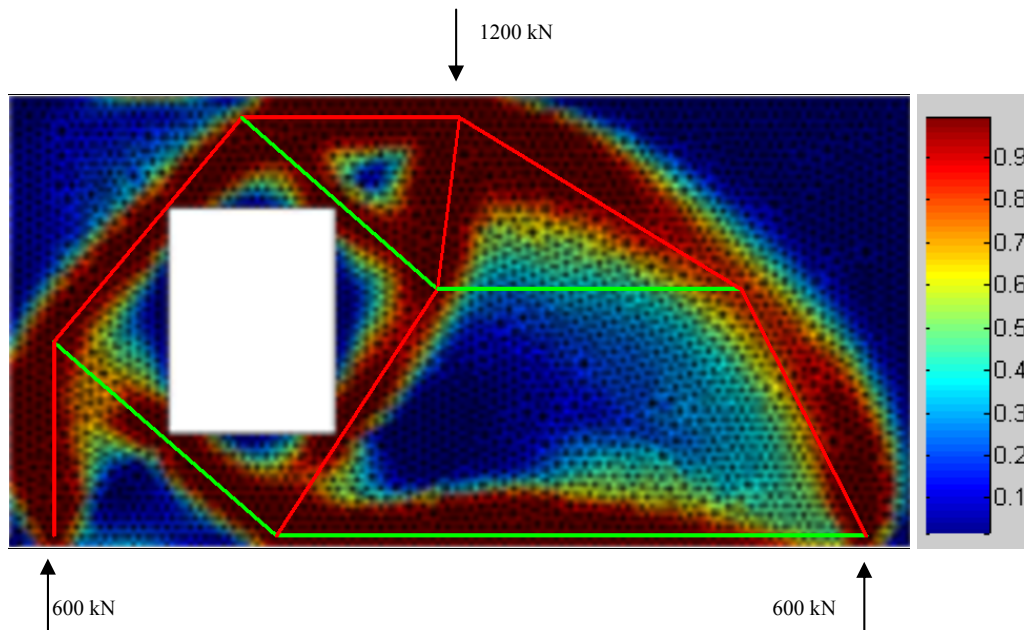


Fig.46 Estructura de bieles i tirants de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

4.2.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

Tal i com es pot observar, la estructura de bieles és molt semblant en els dos criteris. Amb l'estudi del criteri 2, on els tirants es disposen horitzontalment i vertical, segueix existint la biela superior horitzontal que transmet les compressions a través de l'obertura. També continuen apareixent la biela inclinada des de la càrrega puntual fins a la reacció del recolzament de la dreta, tot i que en aquest cas no es necessita la desviació que es produïa en el criteri 1, per transmetre les compressions fins al recolzament. Tal i com es pot observar en el criteri 2 la biela que es forma és molt més recta que la que es produïa en el primer cas, on existia més curvatura i justificava que es produís el canvi de direcció. En aquest criteri s'ha considerat que era més adient la formació d'una única biela inclinada.

A més d'aquestes bieles, existeix una altra que a diferència del criteri 1, que va des de la biela horitzontal que desvia les compressions de la càrrega puntual, fins a la cantonada esquerra superior de l'obertura. Aquesta biela es desvia mitjançant un tirant horitzontal que recorre tota la part superior de l'obertura. En aquesta desviació la biela arriba fins a la biela vertical que permet transmetre les compressions al recolzament. En aquest segon canvi de direcció també existeix un tirant que equilibra aquest nus.

Tal i com s'observa en la fig. 48, existeixen 4 tirants que envolten tot el perímetre de l'obertura. I aquests tirants s'allarguen fins a trobar-se amb un altre tirant o una altra biela depenent de cada cas. A més dels quatre tirants esmentats, igual que passava en el criteri anterior un tirant que desvia les compressions que produeix la reacció del recolzament de la dreta. D'aquesta manera queda equilibrada la biela inclinada que va al punt

d'aplicació de la càrrega puntual. Tot i això, cal destacar que aquest tirant és més llarg en el present criteri, ja que aquest acaba a la part esquerra de l'obertura, on s'ajunta amb el tirant que recorre la part esquerra de l'obertura. Cal comentar que perquè aquest nus resti en equilibri, s'hi forma una petita biela des del tirant inferior de l'obertura. En aquest punt on es creuen la biela i el tirant anterior es forma un nou tirant vertical fins al tirant inferior de la biga. De la mateixa manera que succeïa amb el nus anterior, es produeix una nova biela de compressió fins a la tirant de la part dreta inferior de l'obertura que garanteix l'equilibri.

Una nova biela es forma per equilibrar l'últim nus esmentat. Aquesta biela es prolonga fins arribar al punt d'aplicació de la càrrega puntual.

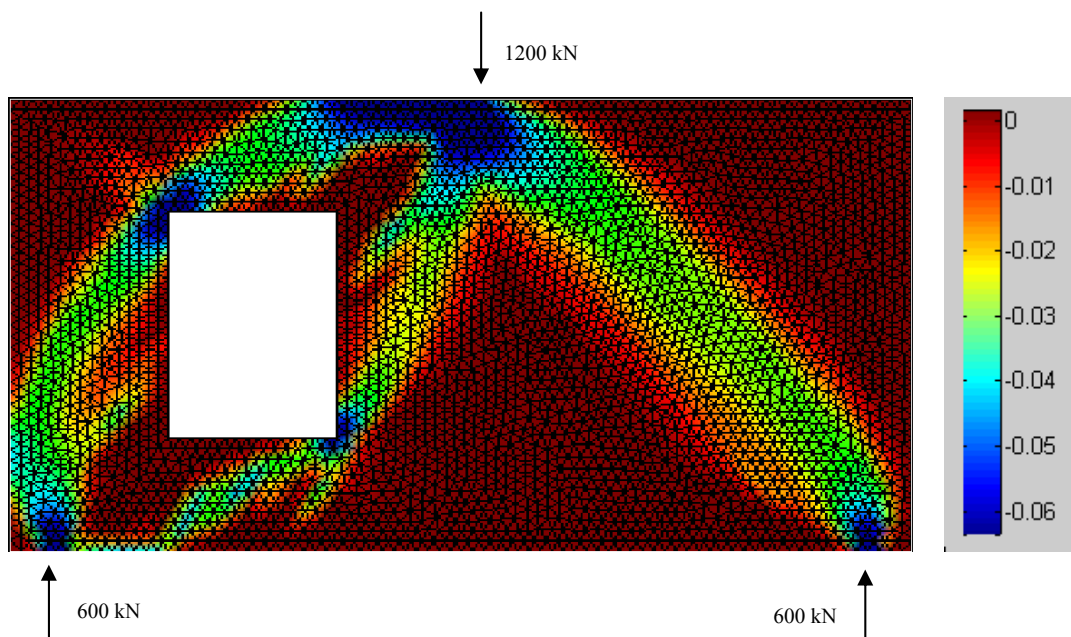


Fig.47 Bieles de compressió de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

Aquestes petites estructures quadrades de tirants amb una biela inclinada interior, també es forma a la part esquerra inferior de l'estructura, i a la part superior dreta, tal i com es pot observar a les dos figures següents que representen les traccions, es a dir tirants formats a l'estructura amb el present criteri i la figura on es mostra l'estructura completa de bieles i tirants.

Com es pot comprovar, totes aquestes petites estructures quadrades que el programa genera, per tal de disposar les armadura de manera vertical i horitzontal, no apareixien en el criteri 1. En aquest criteri el fet de disposar els tirants d'aquest mode, complica clarament l'estructura de bieles i tirants produïda, comparada amb la formada en el criteri 1.

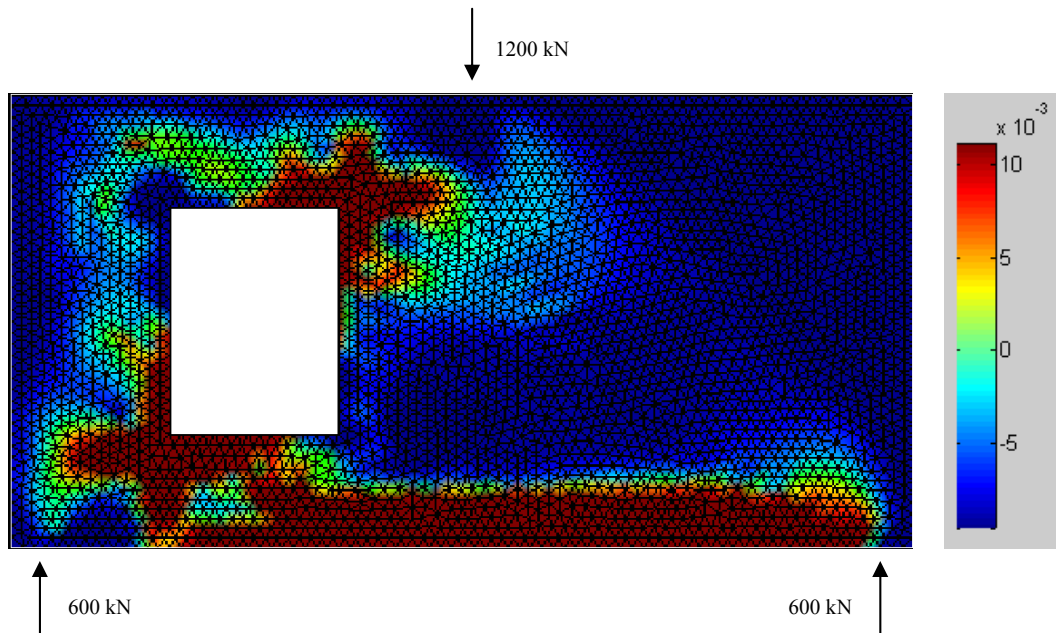


Fig.48 Tirants de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

Existeix una altre biela, a part de totes les ja esmentades, que es forma des del punt d'aplicació de la càrrega puntual, fins a al tirant vertical disposat a la part dreta de l'obertura. I per equilibrar aquest nus es disposa un tirant horitzontal. D'aquesta manera s'equilibra la barra horitzontal de la part superior de l'obertura que es prolonga fins a la biela esmentada.

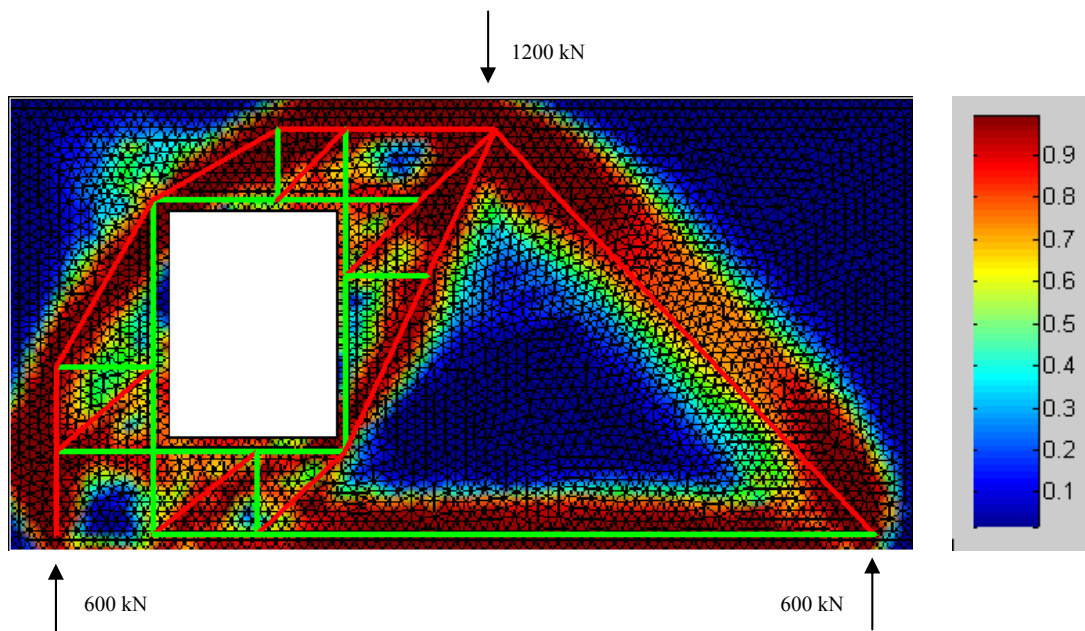


Fig.49 Estructura de bieles i tirants de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

En la anterior figura número 49, s'observa l'estructura final que genera el programa SAT, aplicant el criteri que obliga a disposar l'armadura de forma que les barres es disposin horitzontalment i vertical.

4.3 Biga de Maxwell, B.S. i Beem, J.E. (2000)

Aquesta biga correspon a la que s'estudiava en el capítol 2.9.2 Biga de gran cantell amb una obertura, i que estava extreta del Article del Aci Structural Journal: Avaluació experimental del model de bieles i tirants aplicat a una biga de gran cantell amb una obertura, de Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000). Per la present figura, la malla utilitzada, correspon a la de 25mm, per comparar entre els dos criteris.

4.3.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

La primera figura (fig.50) que es pot observar, representa les bieles que es formen en aquesta figura amb el programa SAT.

Com es pot observar, existeix una biela vertical que comença en el recolzament de l'esquerra. Aquesta biela arriba a fins al final de l'obertura a la part superior dreta. A partir d'aquí la biela canvia de direcció mitjançant un tirant horitzontal que recorre la part superior de l'obertura. Aquesta biela que ha canviat de direcció, més endavant, torna a canviar de direcció fins que arriba al punt d'aplicació de les càrregues puntuals superiors. El nus, en que es produeix el segon canvi de direcció, s'equilibra amb l'existència d'un tirant que arriba a la part inferior de la figura, passant per el tirant horitzontal que equilibrava el segon nus. D'aquesta manera resta tot en equilibri.

Aquest tirants encarregats de suportar les forces de tracció que produeixen les càrregues aplicades es poden observar el la figura 51.

De la reacció del recolzament de la dreta es produeix un altre biela de compressió. Aquesta tal i com s'observa en els gràfics, forma una ampla biela, on els valors de la compressió són màxims. Aquesta s'allarga inclinada fins al punt d'aplicació de les càrregues puntuals aplicades a la secció.

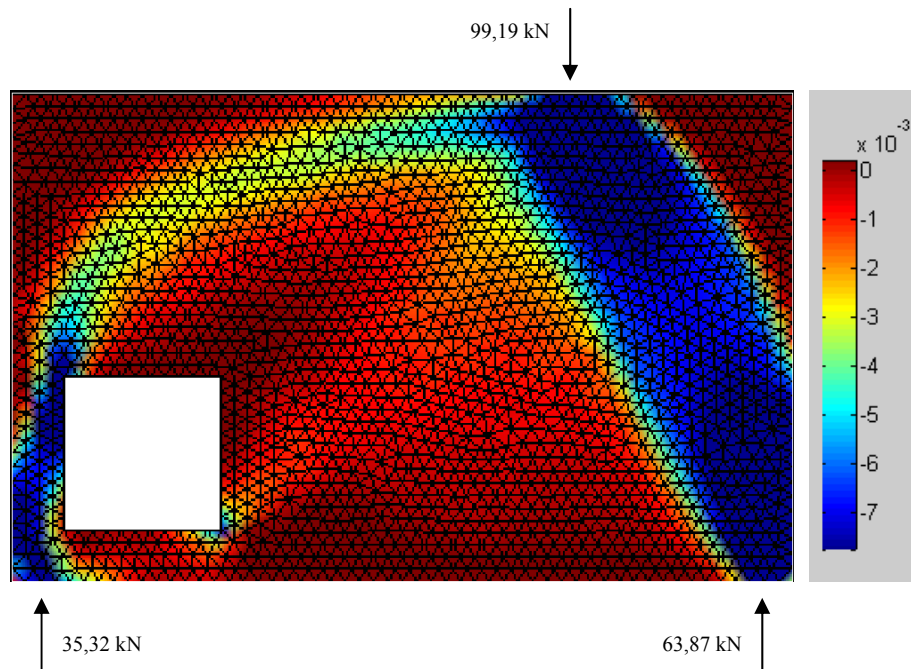


Fig.50 Bieles de compressió de la biga del article Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

Per tal de que la biela anterior resti en equilibri, i pugui inclinar-se, apareix un tirant a tota la part inferior de la figura, de recolzament a recolzament.

En la figura número 51, tal i com es pot observar, a més de tots els tirants ja explicats, apareix per tota la part interior de la figura, entre la biela del recolzament dreta i el tirant inclinat, una sèrie de traccions que es reparteixen al llarg de tota la superfície.

Aquestes traccions repartides podrien significar i justificar la col·locació d'una armadura repartida en tota aquesta superfície. Com s'observa també s'ha format una barra de traccions paral·lela a la biela que es formava des de la càrrega puntual fins el recolzament dreta. Aquesta biela es considerar que també forma part de l'armadura repartida col·locada a tota la part dreta de la secció.

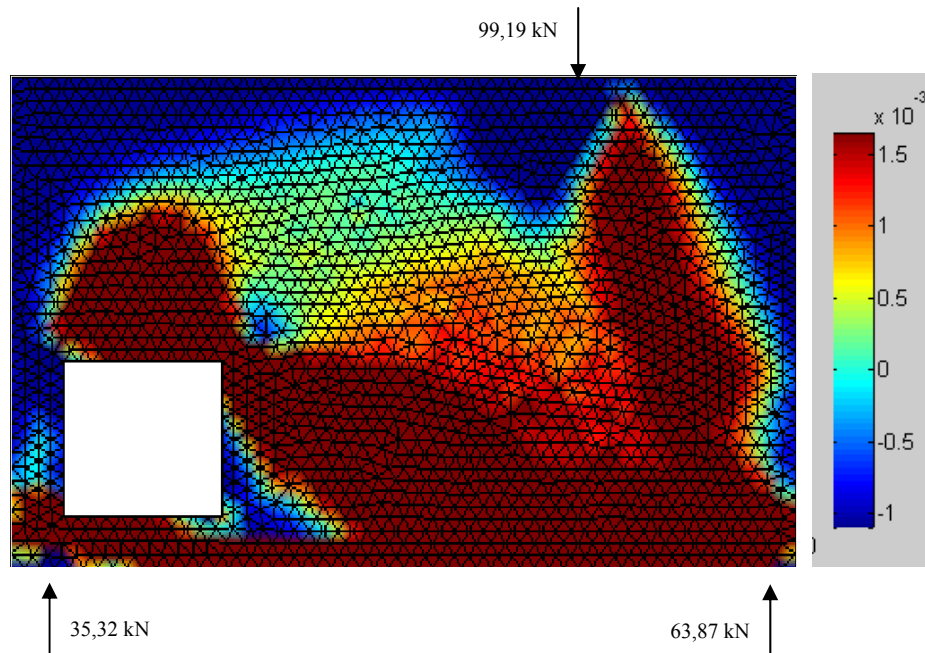


Fig.51 Tirants de la biga del article Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), , formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

Com s'observa en la figura 51, que representa les bieles i tirants principals, aquestes traccions repartides a la part dreta de la biga, no apareixen deixant banda a l'estructura principal de bieles i tirants.

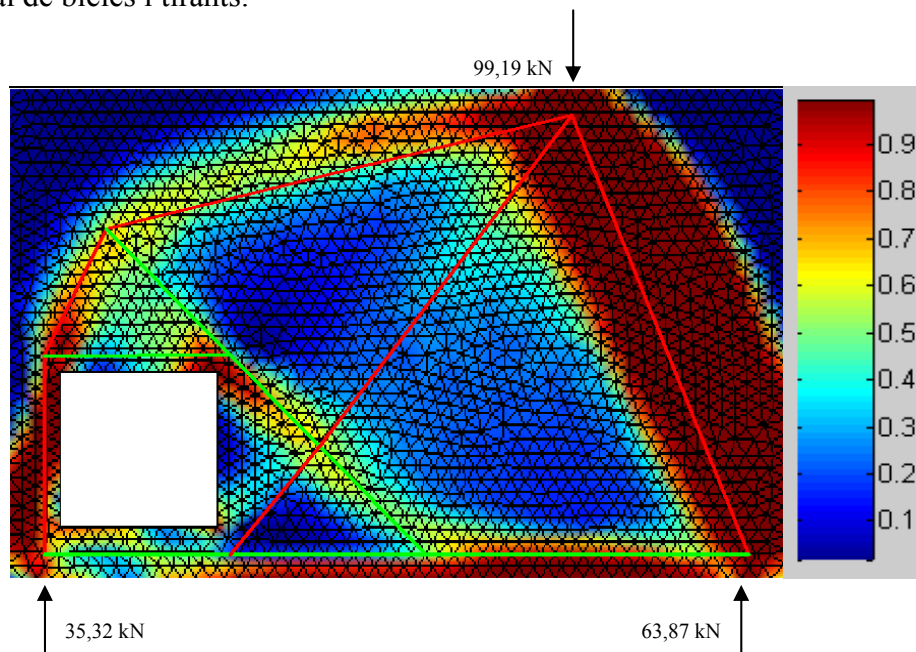


Fig.52 Estructura de bieles i tirants de la biga del article Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

4.3.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

En aquest criteri, amb la mateixa mida de malla anteriorment utilitzada, s'observa que el programa intenta posar en vertical el tirant que anteriorment apareixia inclinat. Aquests tirants queda clarament representat en la figura 54, que representa la traccions de la biga.

Aquest nou tirant vertical, ara recorre tota la part dreta de l'obertura fins arribar al canvi de direcció de la biela. Degut a la nova col·locació d'aquests tirant, es pot observar que el nus on arribava aquest tirant, s'ha desplaçat cap la dreta fins al final de l'obertura i per tal de poder arribar fins a la biela vertical també ha pujat respecte els resultats obtinguts en el criteri anterior.

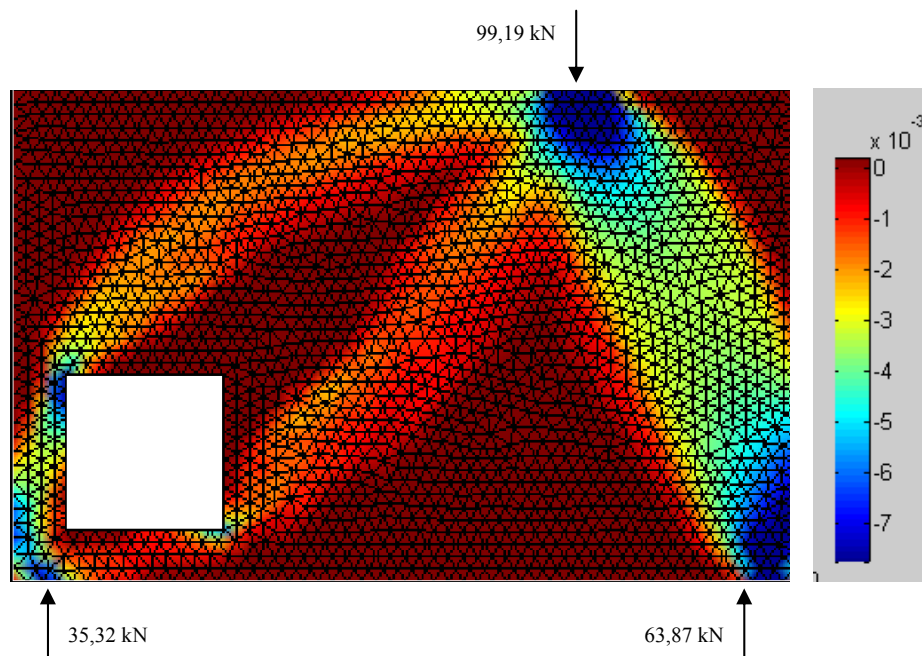


Fig.53 Bieles de compressió de la biga del article Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

Una altre diferència recau en que s'ha allargat l'anterior tirant horitzontal fins trobar-se amb la biela inclina que arriba des de el punt d'aplicació de la càrrega puntual. Des d'aquest mateix nus es forma una nova biela per equilibrar-lo en direcció a la part inferior dreta de l'obertura, per equilibrar el nus existent. Abans de que arribi a aquest últim nus es forma un nou canvi de direcció de la biela i que es produeix gracies a un tirant horitzontal que arriba a la part dreta de la biga.

Cal destacar també, a diferència del criteri anterior, que en aquest cas la biela del recolzament de la dreta resta vertical des del recolzament fins al tirant horitzontal superior, aquest tirant serà l'encarregat de desviar les compressions que arribin des de la càrrega puntual.

Com es pot observar en aquest criteri també es poden veure, que han aparegut les traccions repartides al llarg de tota la part dreta de la biga, a partir de l'obertura. Tot i que apareixen tal i com o feien en l'anterior criteri, aquestes traccions assoleixen un valor inferior comparat amb les que abans es produïen. Tot i així es continua considerant necessària l'existència de l'armadura repartida per assumir totes aquestes traccions produïdes, segons la generació automàtica de bieles i tirants mitjançant el programa SAT

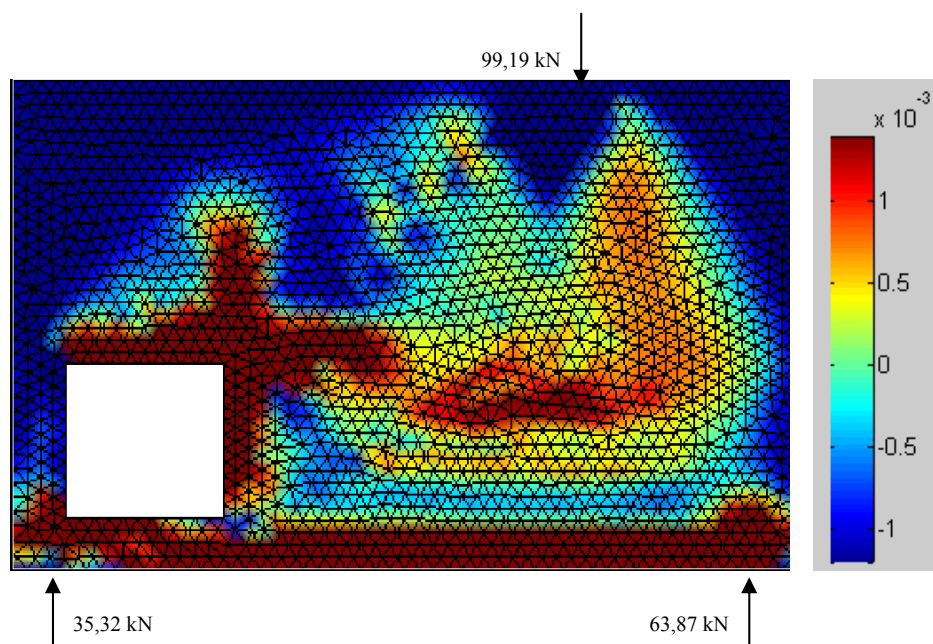


Fig.54 Tirants de la biga del article Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

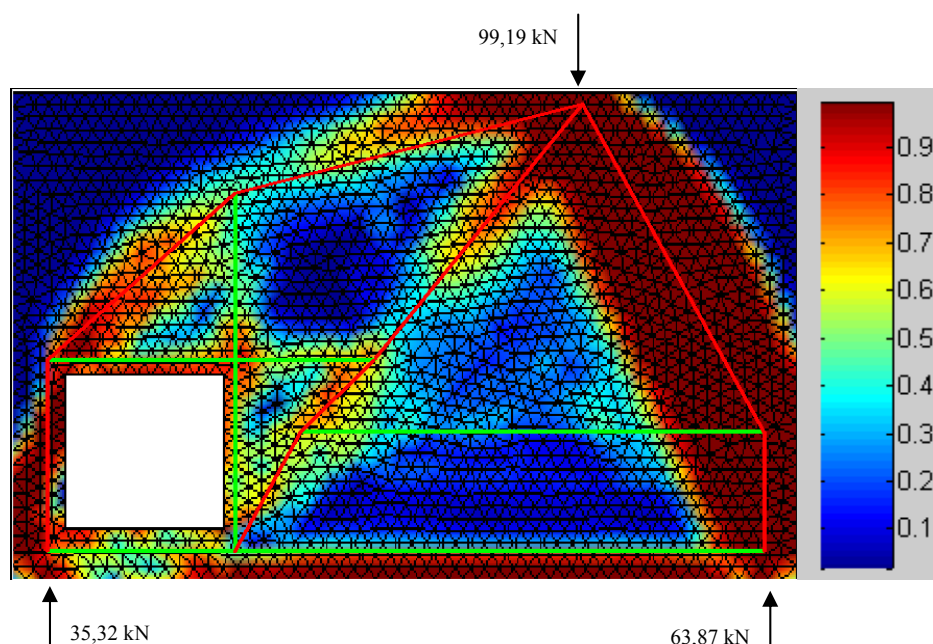


Fig.55 Estructura de bieles i tirants de la biga del article Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

4.4 Mènula curta.

En aquesta figura s'ha utilitzat la malla de 25 mm, per el càlcul de les compressions i de les traccions mitjançant el programa.

En la següent figura es mostra els esforços aplicats. Cal destacar tal i com s'observa que en la part superior del pilar ni hi ha aplicat cap esforç.

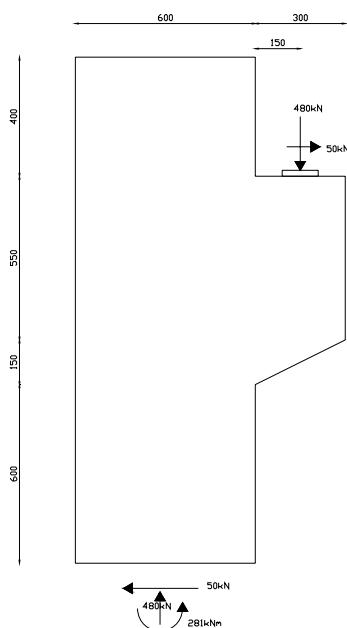


Fig.56. Geometria i reaccions que es formen en la regió D en estudi formada per el pilar i la mènula curta.

4.4.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

La figura 57 mostren les bieles generades a partir del programa SAT. Una primera biela va des de la càrrega puntual aplicada en la mènula curta, fins a la part inferior de la mènula. En aquesta zona s'existeix un nus que uneix l'anterior biela amb una altre que comença aquí i recorre verticalment cap a baix per la part dreta del pilar fins el final de la regió D, en estudi.

Tal i com s'observa existeix també una altre biela que comença en el nus esmentat. Aquesta biela no es veu de manera tal clara com les anteriors, però sembla que creix cap a dalt i cap a l'esquerra de la secció. De la mateixa manera succeeix amb una altre biela amb menor pendent, que va des del nus fins a la part esquerra del pilar fins trobar-se amb un tirant vertical.

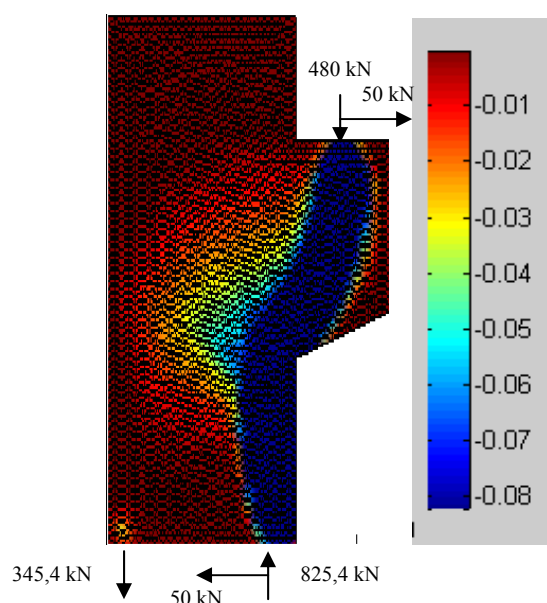


Fig.57 Bieles de compressió de la mènscula curta, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

Aquestes dos bieles són les responsables de variar les traccions que es produeixen i desviar-les des de la mènscula fins a la part esquerra del pilar.

Primerament en el nus d'aplicació de les càrregues puntuals de la mènscula a més de la biela inclinada esmentada es forma un tirant horitzontal que equilibra el nus. Aquest tirant arriba recta fins trobar-se amb la segona biela, i aquesta és la responsable d'equilibrar el nus i alhora de desviar les traccions inclinades pel tirant horitzontal. Aquest tirant horitzontal arriba inclinat fins a la tercera biela que de nou desvia les traccions per disposar els tirants de manera vertical fins al punt d'aplicació de les traccions produïdes per el moment aplicat al pilar. Totes aquests tirants es poden observar a la fig. 58.

Cal destacar, tot i que en les figures no s'aprecien clarament, existeixen una altra biela i un altre tirant que es forma, per permetre l'equilibri de l'estructura de bieles i tirants.

Aquesta biela que es forma i no és apreciable, degut al seu petit valor, és la que es forma des del punt d'aplicació de les compressions produïdes per el moment en la part dreta del pilar, fins al tirant que produeix en les traccions del moment en el pilar. Aquesta biela inclinada és apreciable en l'estructura de bieles i tirants dibuixats en la fig. 59.

Es precisament en aquest nus on es troba la biela inclinada que absorbeix el tallant del pilar anteriorment descrita, on es forma el tirant per equilibrar aquest mateix nus. Aquests tirants tampoc s'aprecien en la fig.58 degut al seu petit valor. Aquest tirant arriba fins el nus on es troben totes les bieles inclinades de la mènscula, permetent que aquest nus també resti en equilibri.

Cal destacar, que en la fig. 58, en la zona d'aplicació de les compressions del moment apareix un petit punt de concentració de tensions. Aquest punt es genera degut a la introducció de les càrregues puntuals del moment i del tallant del pilar.

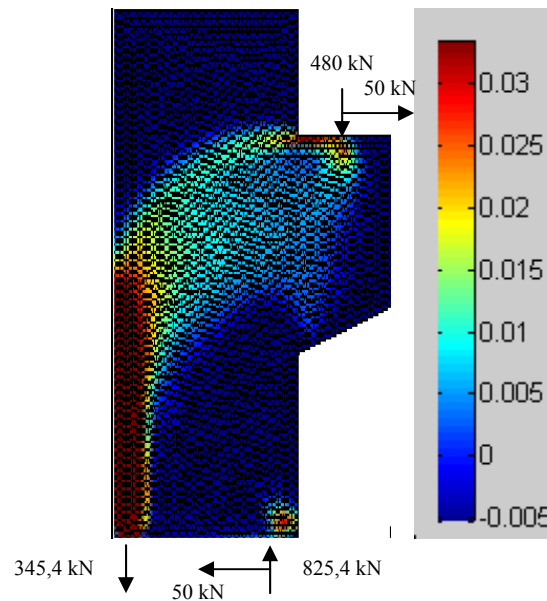


Fig.58 Tirants de la mènsula curta, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

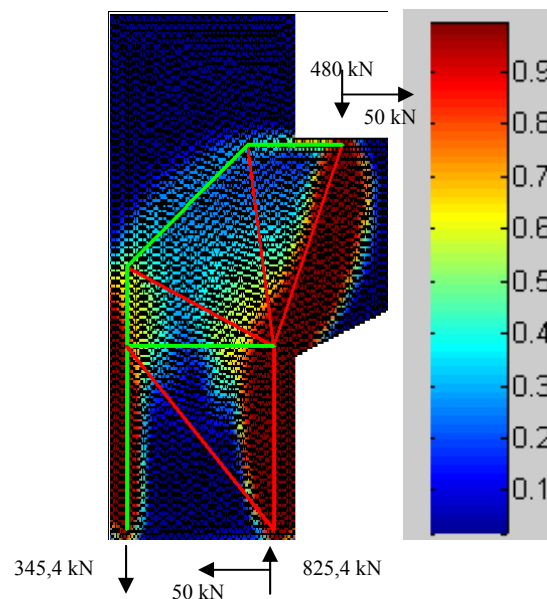


Fig.59 Estructura de bieles i tirants de la mènsula curta, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

4.4.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

En aquest criteri, a diferència del que succeïa en el criteri anterior, en el punt d'aplicació del esforços en la mènsula, la biela que es forma es disposa de manera vertical fins arribar a un primer nus que s'explicarà posteriorment, i el tirant continua sent horitzontal, però en aquest cas, arriba fins al final del pilar. En aquest punt es canvia de

direcció el tirant fins disposar-se de manera vertical i fins arribar al punt d'aplicació de les traccions produïdes per el moment en la part inferior del pilar.

En el nus on arribava la biela vertical, es forma un nus que desvia la biela inclinant-la seguin la geometria de la mènula. Aquest canvi és possible gracies a l'existència d'un tirant horitzontal que arriba fins al tirant vertical de la part dreta del pilar. En el punt on s'uneixen aquest dos tirant, s'equilibra gracies a la presència d'una biela inclinada que arriba al punt on també arriba la biela inclinada de la mènula.

Com es pot observar en l'estructura de bieles i tirants, en aquest nus, arriba una altre biela inclinada que és la responsable de desviar el tirant horitzontal segut les càrregues aplicades a la mènula, fins transformar-lo en vertical i absorbir les traccions del moment del pilar.

En aquest nus de la mateixa manera que succeïa en el criteri anterior, es forma un tirant per equilibrar-lo, i que alhora equilibra el nus de l'esquerra on s'uneix amb la biela inclinada que absorbeix el tallant aplicat en la part inferior del pilar.

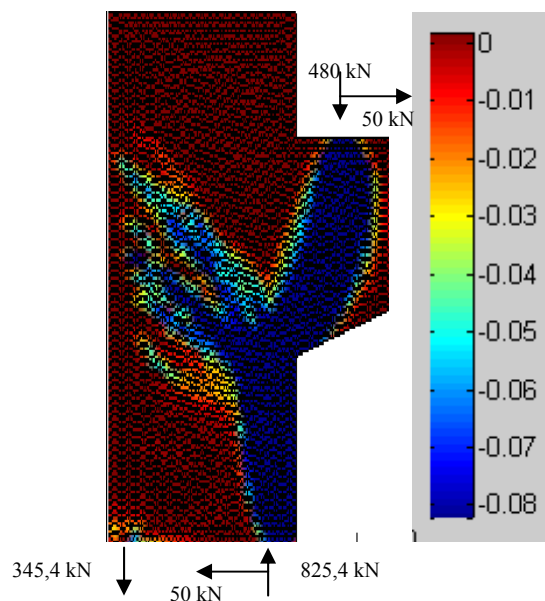


Fig.60 Bieles de compressió de la mènula curta, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

Totes aquestes bieles i tirants, s'aprecien en l'estructura representada en la fig. 62, tot i així moltes d'elles no s'observen en les figures que representen les compressions i les traccions degut el seu valor inferior comparat amb les que si es representen en aquestes figures 60 i 61, de compressions i de traccions respectivament.

De la mateixa manera que succeïa en el criteri anterior, en la fig. 61 es continuen observant les tensions puntuals degudes a l'aplicació de les càrregues puntuals especialment en les compressions corresponents al moment del pilar.

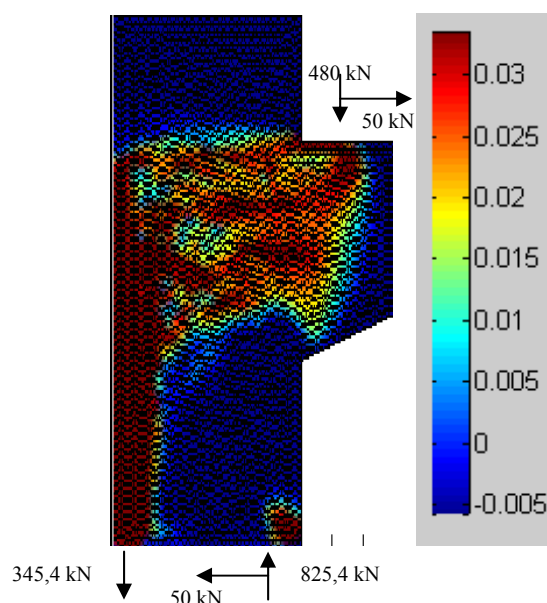


Fig.61 Tirants de la mènsula curta, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

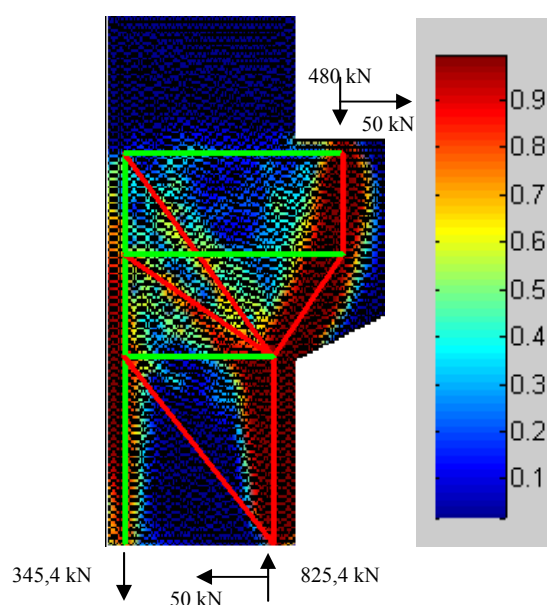


Fig.62 Estructura de bieles i tirants de la mènsula curta, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

Cal esmentar que en capítols posteriors es dimensionarà l'armadura necessària per aquesta regió, i es comprovarà que compleixen els requisits de les bieles.

4.5 Biga de gran cantell amb una obertura tipus II.

Aquesta regió es molt semblant a la representada en apartats anteriors, amb la única diferència que l'espessor de la biga és la meitat del que s'havia representat. L'amplada de la biga continua sent la mateixa, així com les càrregues que s'han aplicat en aquesta regió. La mida de la malla en estudi tampoc s'ha modificat i continua sent de 50 mm de pas de malla.

4.5.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

En aquest criteri on es permet que els tirants que es formin, siguin en qualsevol direcció, l'estructura que es forma es descriu a continuació. Al recolzament esquerra de la biga es forma una biela vertical degut l'aplicació de la reacció de compressió de 600 kN. Aquesta biela arriba aproximadament a la meitat de l'obertura, en aquest nus es forma una altre biela i un tirant que l'equilibra, la biela es desvia inclinant-se fins arribar a la part superior de la biga on es torna a desviar formant una biela horitzontal que gairebé recorre tota la part superior de la biga. De nou aquesta biela torna a inclinar-se ara per la part dreta de la biela fins a un nou nus on de nou la biela es col·loca de manera vertical, tot i que en aquest costat la biela vertical és de menor longitud. Totes aquestes bieles es poden observar en la figura següent:

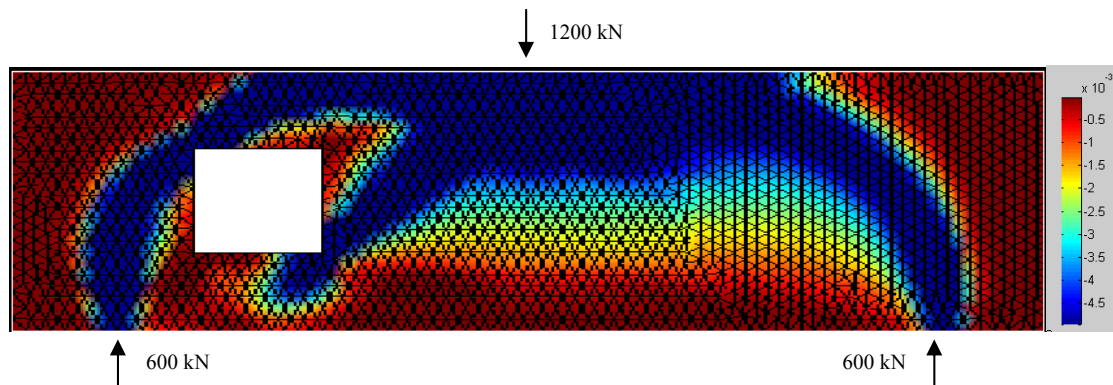


Fig.63 Bieles de compressió de la biga de gran cantell amb una obertura, tipus II, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

Per la part inferior de la biga, es forma un tirant que recorre des del punt d'aplicació de la reacció de la dreta fins a la meitat de l'obertura, és precisament en aquest punt on canvia de direcció fins arribar al nus on es forma la biela vertical de la reacció de l'esquerra.

En capítols posteriors es comprovarà que per d'aquesta armadura, no es necessària per garantir l'estabilitat de l'estructura.

El canvi de direcció del tirant de la part inferior de la biga es forma, degut a l'existència d'una biela inclinada que arriba fins a la part de la dreta de l'obertura fins a un nus on hi arriba dos tirants més i una biela que es prolonga fins al punt d'aplicació de la càrrega puntual vertical aplicada.

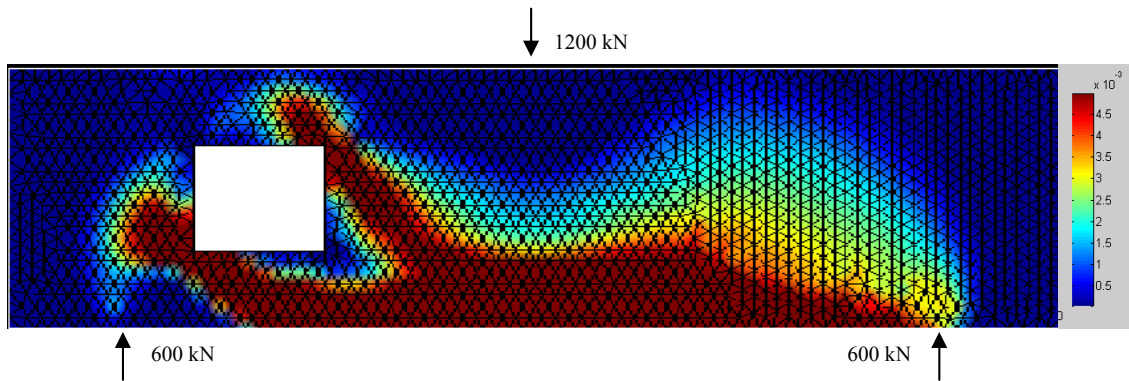


Fig.64 Tirants de la biga de gran cantell amb una obertura, tipus II, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

En la figura anterior n°64, s'observa la formació d'aquets dos tirants, un es forma des d'aquest nus fins al nus de la biela horitzontal de la part superior de la biga que desvia les compressions cap al recolzament de l'esquerre, equilibrant el nus corresponent. I l'altre es forma des de el nus esmentat fins al tirant horitzontal de la part inferior de la biga. Es precisament en aquest punt on es forma un nus equilibrat per la presència de una biela vertical que s'inicia al punt d'aplicació de la càrrega vertical puntual aplicada.

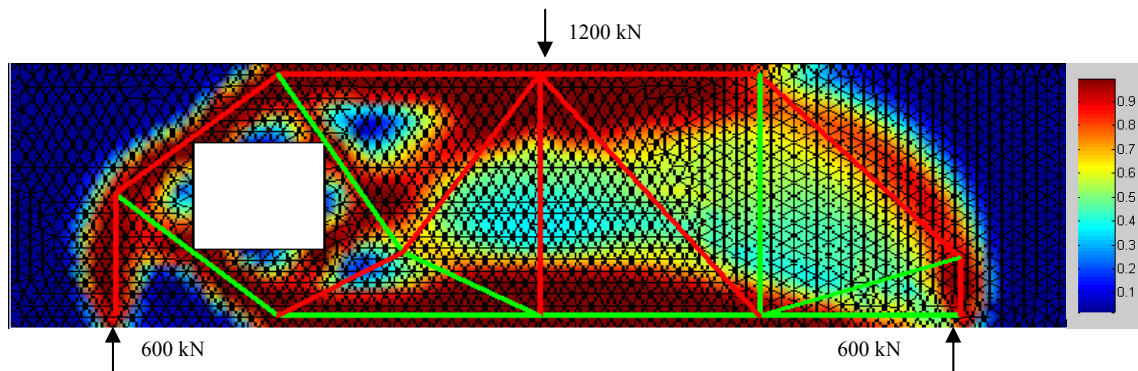


Fig.65 Estructura de bieles i tirants de la biga de gran cantell amb una obertura, tipus II, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

A més de les bieles i tirants explicats anteriorment, es formen d'altres. Per equilibrar i permetre que la biela vertical del recolzament de la dreta s'inclini es forma un tirant en el nus, que arriba al tirant inferior de la biga.

En aquest nus es forma un altre tirant vertical que és el responsable de desviar les compressions superiors de la biga per transmetre-les fins al recolzament de la dreta. En aquest mateix nus, per últim també es forma una biela inclinada que l'equilibra i arriba al punt d'aplicació de la càrrega vertical aplicada.

4.5.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

En aquest criteri, les compressions produïdes per l'aplicació de la càrrega vertical es transmet fins arribar als recolzaments. Per la part de la dreta, la biela s'inclina directament en el punt d'aplicació de la càrrega, formant una biela inclinada. Aquesta biela torna a inclinar-se amb mitjançant un tirant, aquests biela inclinada per segona vegada arriba fins el recolzament de la dreta.

Per la part esquerra, en el punt d'aplicació de la càrrega es forma una biela horitzontal, fins arribar a la cantonada de l'obertura, aquí gracies a un tirant vertical, es desvia la biela inclinant-se fins arribar a la cantonada de l'esquerra. On de nou amb un tirant horitzontal es torna a inclinar fins a la part esquerra inferior de l'obertura on amb un tirant horitzontal es disposa la biela de forma vertical fins arribar al recolzament de l'esquerra.

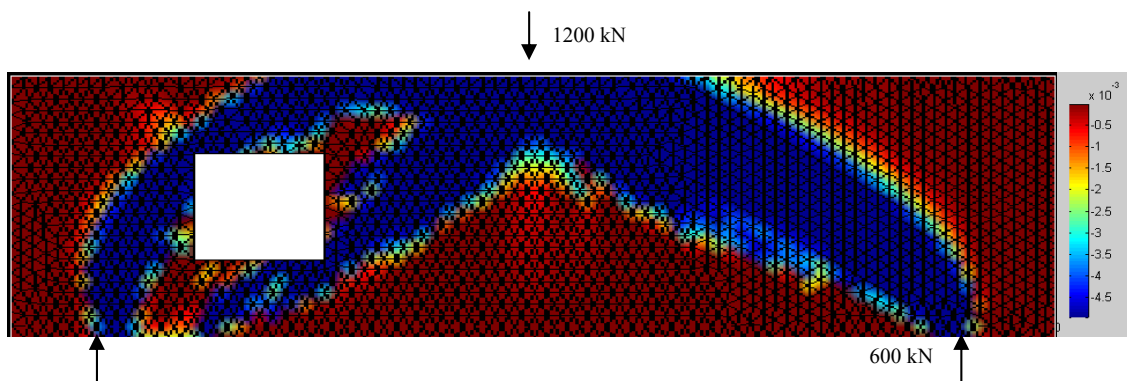


Fig.66 Bieles de compressió de la biga de gran cantell amb una obertura, tipus II, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

Tal i com es pot observar en la fig 67 a més dels 4 tirant que envolten l'obertura i que permeten els desviament de les bieles per transmetre les compressions a través de l'obertura, es forma un tirant horitzontal que recorre la part inferior de la biga des del recolzament de la dreta fins a la part esquerra de l'obertura on s'uneix amb el tirant vertical esmentat anteriorment. És precisament en aquest punt on es forma una biela inclinada que equilibra aquest nus i aquesta biela arriba a la part dreta inferior de l'obertura on s'uneix amb el tirant inferior horitzontal de l'obertura. Per equilibrar aquest últim nus es forma una altre biela fins al tirant horitzontal que equilibra el nus que es forma per desviar les compressions de la part dreta de la biga.

En aquest nus es forma una altre biela que arriba al punt d'aplicació de la càrrega puntual. En aquesta biela es forma un nus que es el punt on s'uneix amb el tirant que passa per la part superior de l'obertura. Per equilibrar aquest nus es forma una altre biela inclinada que arriba a la unió del tirant horitzontal de desviació de les compressions de la part dreta i el tirant vertical de la part dreta de l'obertura.

Per finalitzar només falta esmentar l'existència de la biela inclinada des de el nus d'unió dels dos tirant vertical i horitzontal que s'uneixen a la part dreta superior de l'obertura fins al punt d'aplicació de la càrrega puntual.

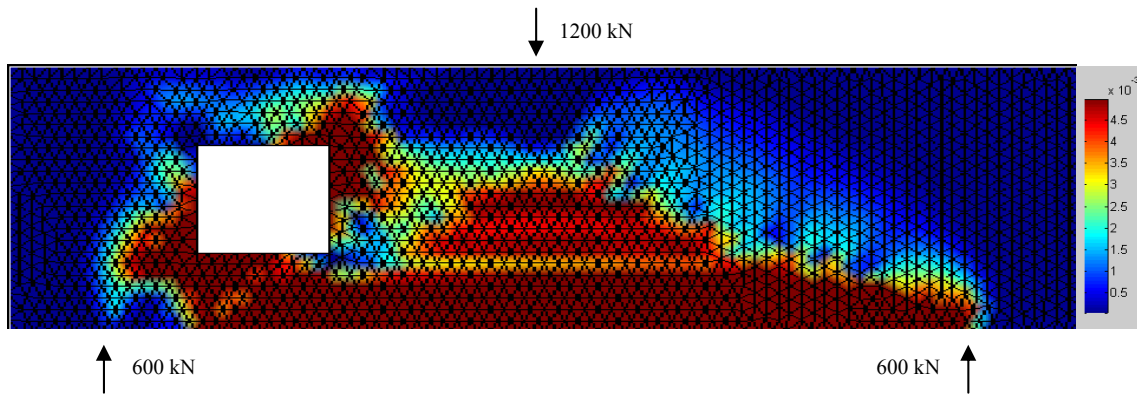


Fig.67 Tirants de la biga de gran cantell amb una obertura, tipus II, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

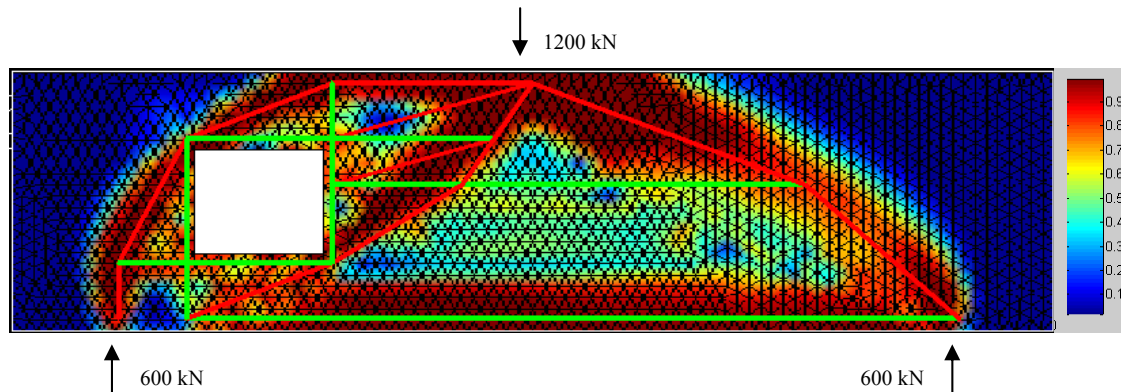


Fig.68 Estructura de bieles i tirants de la biga de gran cantell amb una obertura, tipus II, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

4.6 Nus edificació.

Aquest exemple, és semblant al explicat en el cas del recolzament a mitja mossa, recolzat a la part inferior esquerra. A diferència, en aquests cas no existeix el recolzament, sinó que es tracta d'un nus, on hi arriben, tant per la dreta com per la part inferior, els diferents esforços.

En aquest cas, per poder l'estructura mitjançant l'aplicació del programa, s'ha fet servir una mida de malla de 50 mm.

A continuació, com en els exemple anteriors es mostra la geometria del regió del nus d'edificació, així com els esforços aplicats:

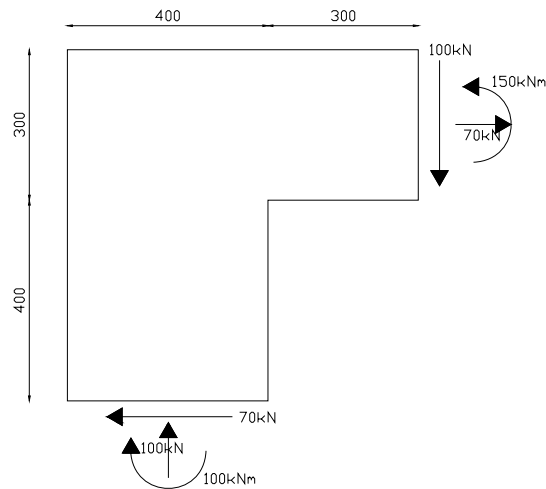


Fig. 69. Geometria i esforços aplicats per a la regió D d'un nus en una edificació.

4.6.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

En la figura 70, on es representen les compressions que es produeixen s'observen que recorren la part esquerra de la figura, fins arribar a la part inferior de la biga horitzontal on es desvien les compressions per l'aparició del tallant horitzontal que arriba fins al punt d'aplicació de les traccions de la part dreta de la biga horitzontal. En aquest mateix nus arriben les compressions de la biela inclinada que transmet el tallant de la part inferior del pilar.

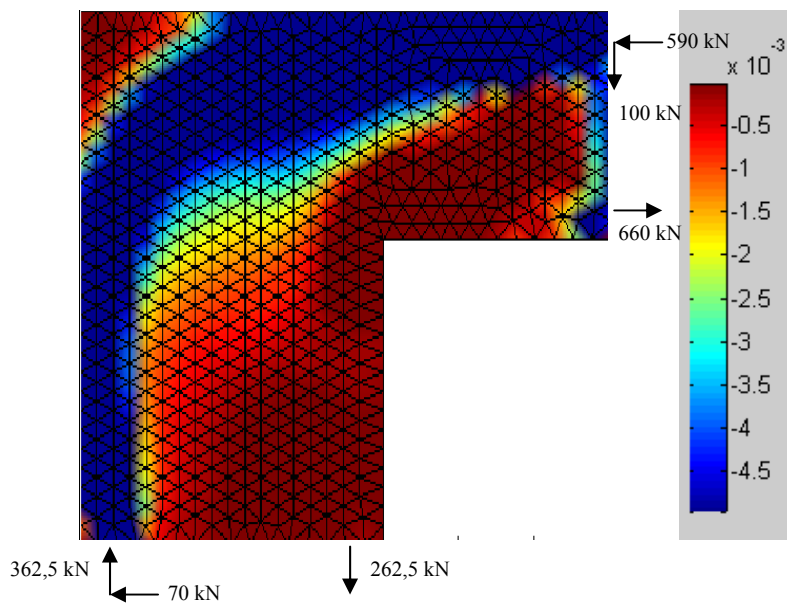


Fig.70 Bieles de compressió del nus d'edificació, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

En el nus anterior es desvien les compressions i s'inclinen fins a un punt entremig de la biga, on es forma un nus i es torna a desviar les compressions fins arribar a la part superior del nus on es tornen a desviar fins disposar-se horitzontal per absorbir les compressions del moment aplicat a la biga a la part dreta del nus.

En el primer nus, situat a la part mitja de la biga es forma un tirant que permet aquesta desviació. I de la mateixa manera succeeix en el següent nus on la biela es col·loca horitzontal on es forma un altre tirant que recorre des d'aquest nus fins a la part inferior del pilar que absorbeix les traccions del moment aplicat.

En la figura següent que representa les tensions de tracció que es produeixen, s'observa de l'existència del tirant inclinat, tot i que aquest s'estén per tota la regió interior que no esta compresa per les compressions. Nosaltres hem assumit, que aquests tirant esta disposat de manera inclinada, i que es disposa des de la cantonada interior a l'exterior del colze del nus d'edificació.

De la mateixa manera que succeïa en casos anteriors, existeixen tensions puntuals que es formen degut l'aplicació de les càrregues puntuals com es pot observar en la fig. 71 en la zona de compressions on estan aplicades els seus corresponents esforços.

De la mateixa manera hi ha bieles i tirants no son apreciables com altres, ja que els seus valors de les traccions com compressions son inferiors a la que si es poden observar.

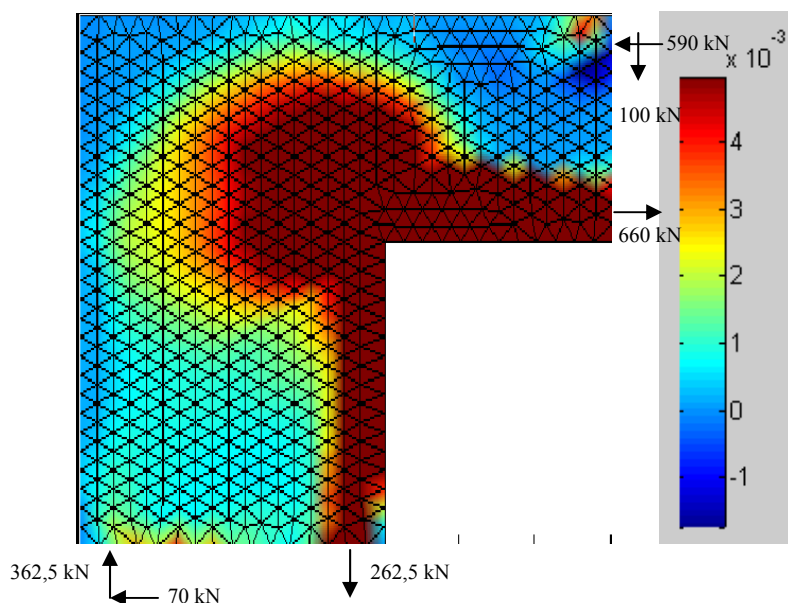


Fig.71 Tirants del nus d'edificació, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

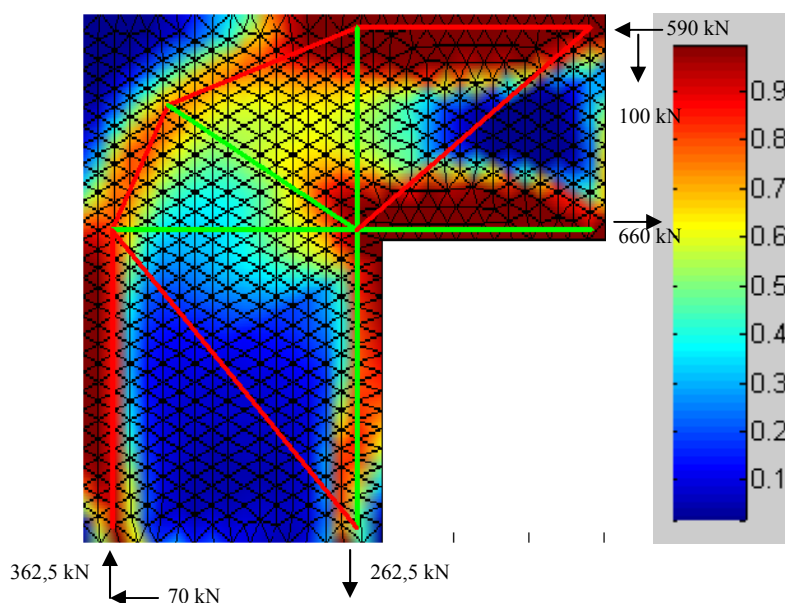


Fig.72 Estructura de bieles i tirants del nus d'edificació, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció.

4.6.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

Amb el criteri de bieles i tirants disposats de forma horitzontal i vertical, es formen les compressions següents:

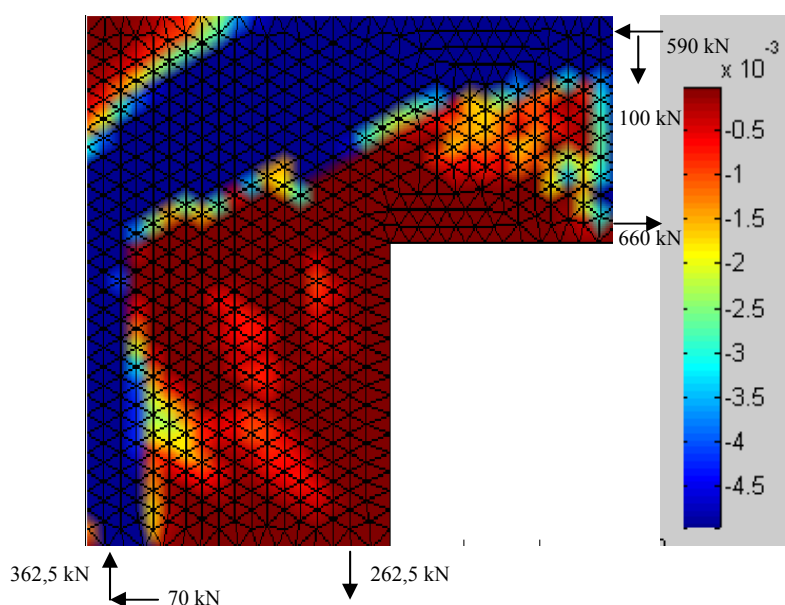


Fig.73 Bieles de compressió del nus d'edificació, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

Les diferències entre aquest criteri i el criteri 1, explicat anteriorment, són mínimes. El tirant vertical i horitzontal existent en la primer criteri continuen en la mateixa situació en el criteri 2. el mateix succeeix amb la biela horitzontal de la part superior i la biela vertical de la part esquerra. Les dos bieles inclinades encarregades d'absorbir els tallants també continuen en la mateixa posició que en el criteri 1.

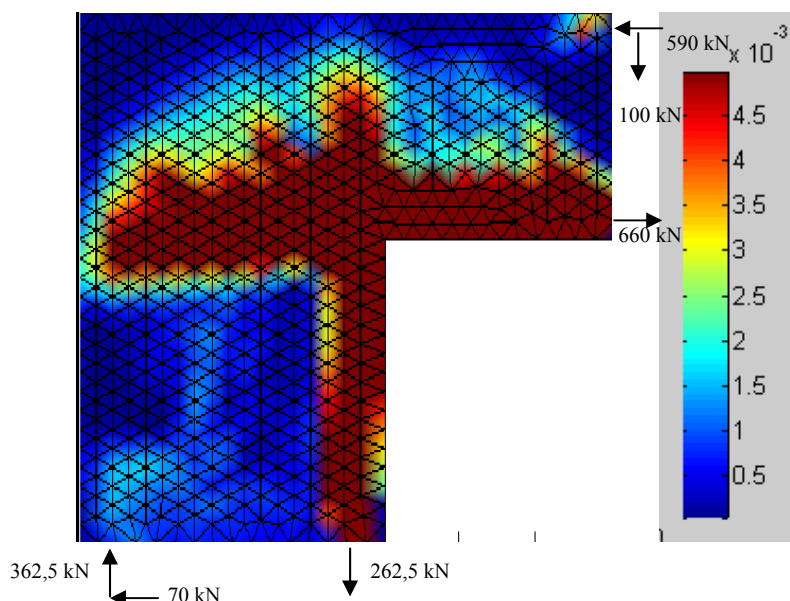


Fig.74 Tirants del nus d'edificació, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

La única diferencia recau en el tirant inclinat que es formava en el criteri 1. En aquest cas aquest tirant es substitueix, per un de vertical que també equilibra el canvi de direcció de la biela inclinada.

Al disposar aquest tirant verticalment, i que arribi fins al tirant horitzontal, es forma un nou nus que cal equilibrar. Per equilibrar el nus, es disposa d'una biela inclinada que va des d'aquest nus fins al nus on canvia la direcció de la biela horitzontal de la part superior, per disposar-se inclinada.

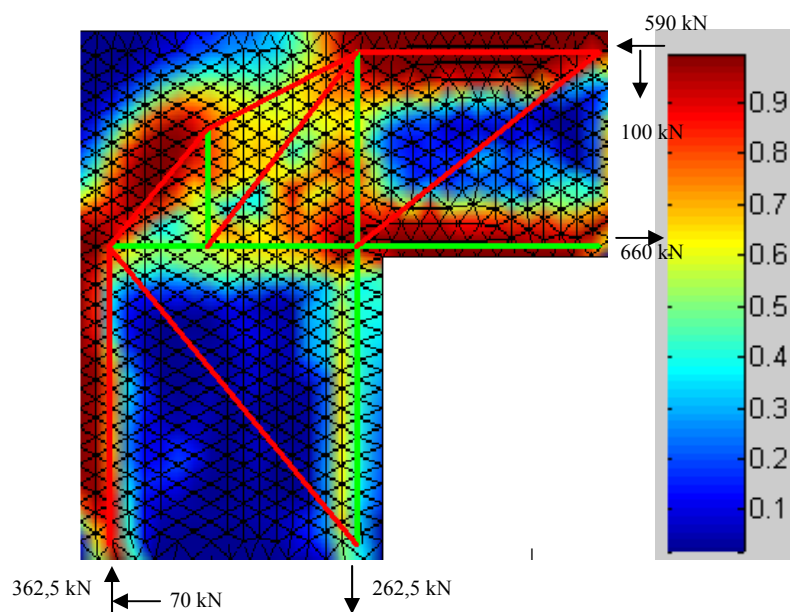


Fig.75 Estructura de bieles i tirants del nus d'edificació, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb armadures formant 90°.

5 ESTUDI D'INFLUÈNCIA DE LA MALLA

En el següent apartat, s'estudiarà si existeix alguna relació o no, entre el resultats obtinguts amb programa SAT, per generar de manera automàtica les bieles i tirants de les diverses figures i la mida de la malla d'aquestes figures.

Al tractar-se d'una anàlisi mitjançant elements finits, com a regla general, al afegir més dades menys error es produirà en el càlcul. Es a dir, a menor mida de la malla, més nusos es formen, més dades i en conseqüència més exacte hauria de ser el resultat obtingut.

Tot i així, entre aquest i el següent apartat es comprovarà que aquesta regla general funcioni correctament, a més de discutir les possibles diferències que s'hagin observat amb les diferents malles per a cada una de les figures estudiades.

5.1 Recolzament a mitja mossa, recolzat a la part inferior esquerra

5.1.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

Les següents figures mostren els resultats obtinguts per al recolzament a mitja mossa, recolzat a la part inferior esquerra per a les diferents malles.

En la figura 76, es mostren les bieles de compressió per a les malles de 25, 50 i 75 mm. a primera vista s'observa que els resultats obtinguts son semblants. Respecte a les compressions dibuixades en els tres casos es troben compressions superiors a $-2.5 \cdot 10^{-3}$.

Tot i així s'observa que les distribucions comprenen les mateixes zones, però a mesura que augmenta la mida de la malla, les compressions es distribueixen més per la regió D. Un exemple d'aquest cas, es comprova amb l'anàlisi de les imatges a) i c). Com s'observa, en la imatge de 25 mm de malla, el punt d'aplicació de la reacció del recolzament on es forma la biela només ocupa la part central d'aquest. Es a dir, com a màxim la biela ocupa 5 triangles i això significa uns 125mm. per contra en el cas c) amb 75mm de malla es poden arribar a suposar uns 150mm, aproximadament 2 triangles.

De la mateixa forma succeeix, amb la biela inclina que comença en la part superior dreta de la secció. A mesura que s'augmenta la mida de la malla, la biela deixa de presentar una forma arrodonida com a la imatge a), per passar a ser una biela que es distribueix per quasi tota la secció que no ocupen els tirants.

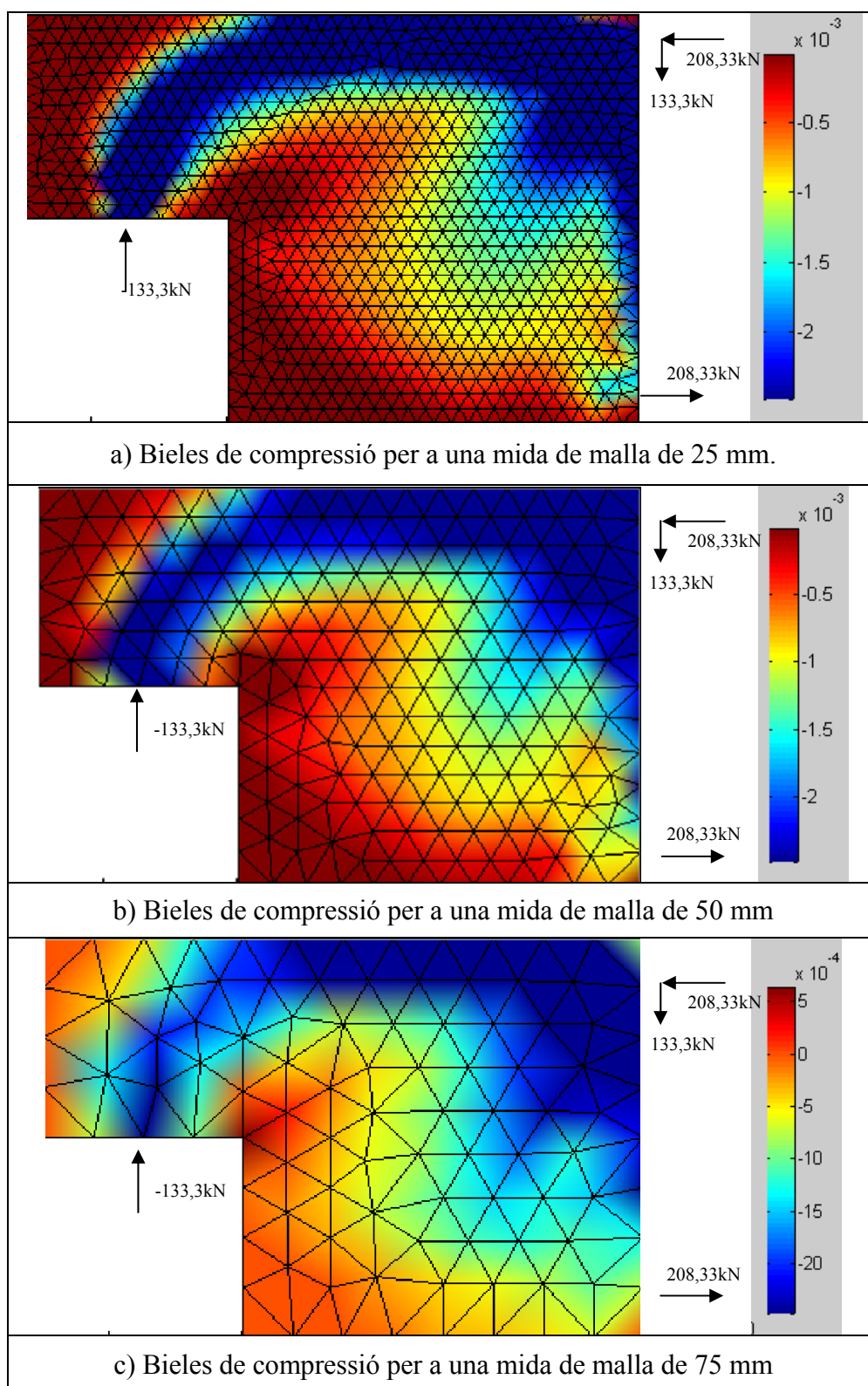


Fig. 76 Bieles de compressió del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

De la mateixa manera que succeïa amb les compressions, continua passant amb les traccions de la regió D. (fig.77).

Com passava anteriorment les traccions que es produeixen comprenen el mateix rang en les tres imatges. Les traccions van des de 0 a $2.5 \cdot 10^{-3}$. De la mateixa manera els tirants que es produeixen comprenen regions més amples a mesura que la mida de malla va augmentat.

Això es pot comprovar per exemple en el nus on el tirant passa a estar col·locat de manera horitzontal a ser inclinat. En el cas de la imatge a) amb mida de malla 25mm, aquest nus està situat a la meitat de la part inferior de la regió. En canvi amb la següent imatge amb la mida de malla 50mm, aquest nus es desplaça lleument cap a la esquerra, allargant el tirant horitzontal existent a la primera imatge. De la mateixa manera succeeix amb la malla 75, on aquest tirant pràcticament ocupa la tercera part del costat de la regió.

En el cas del tirant inclinat, la mida de la malla influeix de una manera semblant. L'espessor d'aquest tirant varia segons si es troba amb una malla més petita o més gran i com s'observa, amb la malla més petita les traccions són més constants al llarg de la regió que compren aquest tirant. A mesura que s'augmenta la mida de la malla, aquestes traccions tan ben definides desapareixen i es formen tirants on les traccions oscil·len més dintre de la mateixa àrea d'estudi.

En la figura següent a aquesta, en la figura 78, on es mostren les tres imatges de les estructures de bieles i tirants que formen les diferents mides de malla. Amb les estructures de bieles i tirants succeeix el que ja passava en el cas de les bieles i els tirants.

Davant d'aquesta figura resulta interessant remarcar, que les amplades de les bieles i del tirant varien, augmentant de secció a mesura que la malla augmenta. Això es demostra clarament tant en el tirant com en la biela horitzontal existents.

En la imatge 78.a), aquests dos elements ocupen uns 125mm. En el cas de les dos següents imatges aquesta sobrepassaria fins arribar als 150mm.

També s'observa que la biela inclinada, anteriorment esmentada en el cas de la tercera imatge aquesta es prolonga des de la part superior a la inferior, mentre que en les imatges a) i b), aquesta biela no arriba a connectar amb el tirant horitzontal de la part inferior.

Cal remarcar que en el recolzament en la figura 78.a), es produeix un forat on no hi ha ni traccions ni compressions mestres que en les figures successives tota aquesta zona es troba amb unes compressions i unes traccions que pertanyen a la biela i al tirant pròxims de la zona.

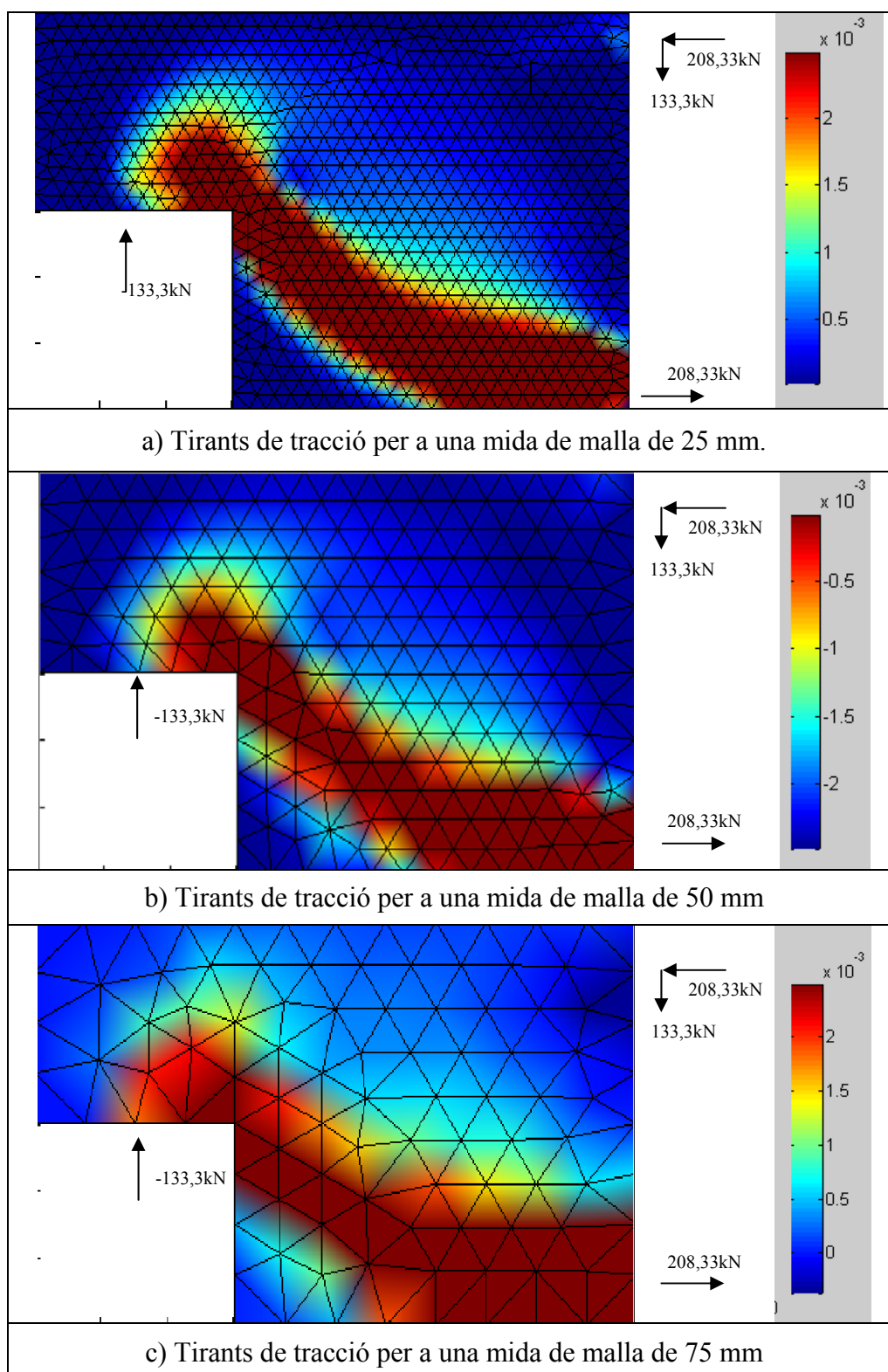


Fig. 77 Tirants de tracció del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

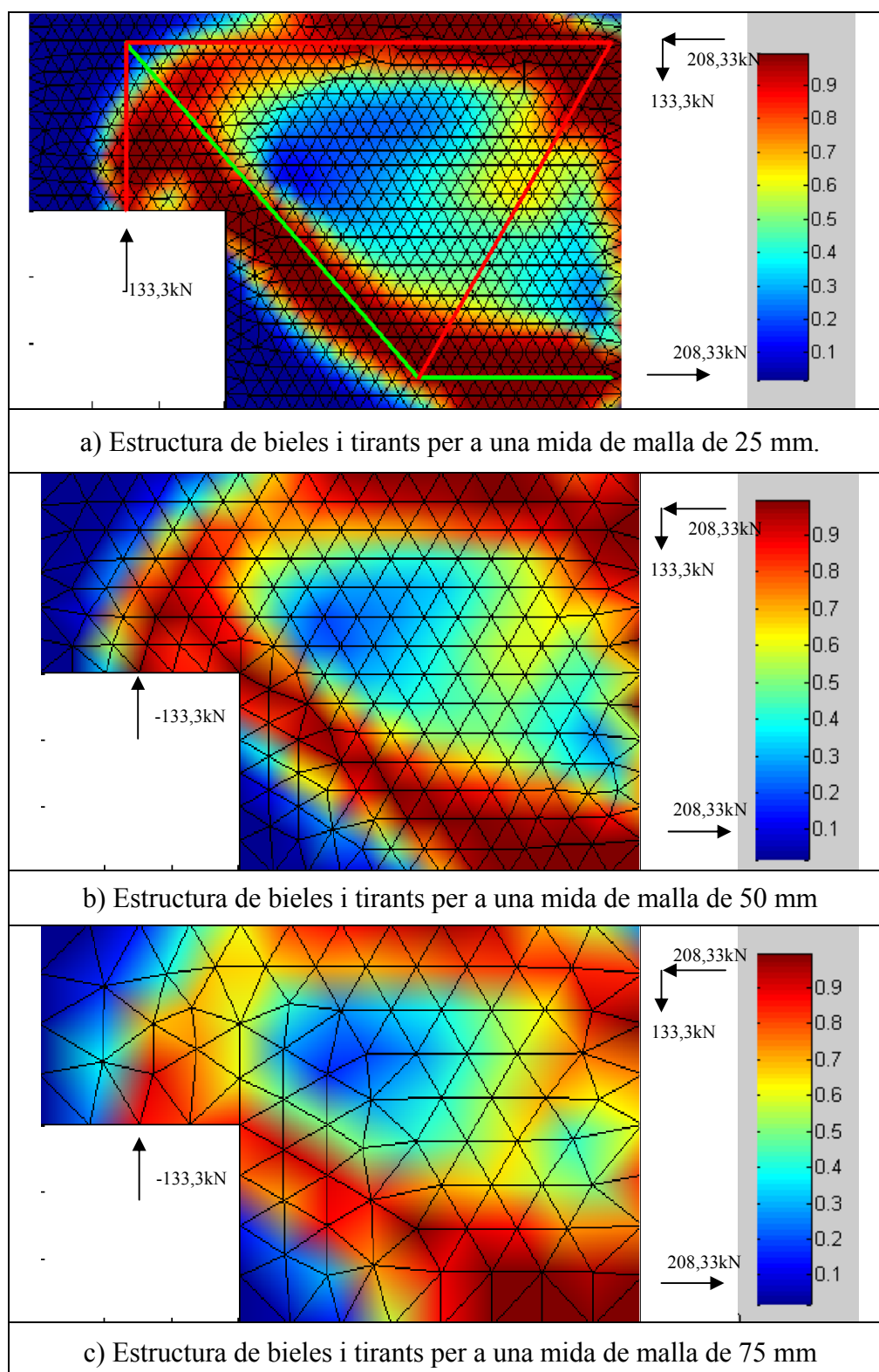


Fig. 78 Estructura de bieles i tirants del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

Alhora de trobar una mida de malla mes o menys acceptable, podríem dir que si agafem una longitud de referència de la figura, per exemple en aquest cas el costat de la dreta de la regió de 600mm, i el dividim per un número de nusos o triangles podem arribar a la conclusió que la malla de 25mm la qual és molt acceptable té 12 triangles. Per a la malla de 50 mm s'obtenen 12 triangles i per a la de 75 mm es dibuixen 8 triangles.

Per tant una $Midamalla = \frac{Lref}{20}$, els resultats són molt acceptables i per tant la malla de 25mm s'obtenen bons resultats. Per a la malla de 50 mm. encara pot ser acceptable, però no pot ampliar-se més la malla, ja que els resultats ja contenen masses errors. Per tant el límit superior de la mida de la malla podria trobar-se al voltant de $Midamalla = \frac{Lref}{10}$

5.1.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

De la mateixa manera es produeix en el cas de que l'estudi de la influència de la malla es realitzi amb l'altre criteri estudiat, on el programa generava els tirants disposant-los horitzontalment i vertical.

En aquest cas, encara les conclusions extretes són molt més clares tal i com s'observen en les figures nº 79, nº80 i nº81.

Les imatges amb unes mides superiors de malla, els espessors de les bieles i dels tirants augmenten.

La biela inclinada que en les dos primeres imatges es representen rectes, a la imatge on la malla correspon a 75 mm, sembla que aquesta biela estigui formada per dos, ja que en la meitat de la secció sembla que es produeixi un nus que canvia el sentit de la biela.

En la figura 79, els tirants col·locats verticalment i horitzontal situats a prop del recolzament, i que s'observen de forma clara a la figura a), desapareixen per formar una zona de traccions que no segueix aquesta distribució dels tirants.

De la mateixa forma passa amb la part inferior de la regió on es troben els diversos tirant i diverses bieles. En la figura a) apareix una zona de traccions mentre que en la imatge b) aquestes desapareixen formant un únic tirant vertical.

La estructura mostrada a la imatge a) de la figura 81, representa l'estructura final de bieles i tirants. En el cas de la imatge a), el programa mostra més o menys l'estructura formada. Però a mesura que aquesta estructura es va calculant amb una mida de malla molt superior, les compressions i les traccions es van redistribuint més amplament per tota la regió D en estudi, de tal manera que en la imatge c), on la mida de malla és la més gran, gairebé no s'aprecia l'estructura formada per el programa.

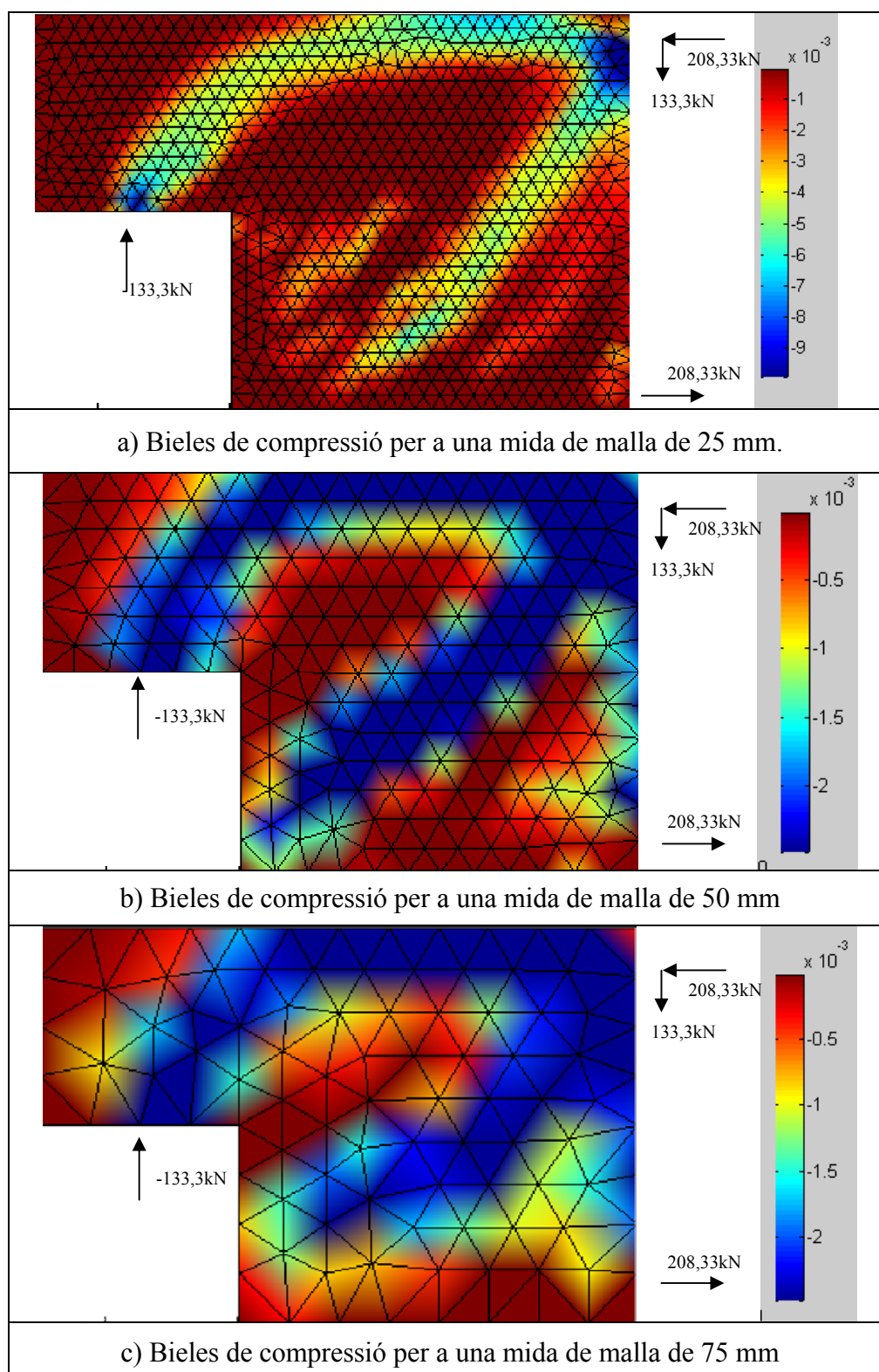


Fig. 79 Bieles de compressió del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90^a, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

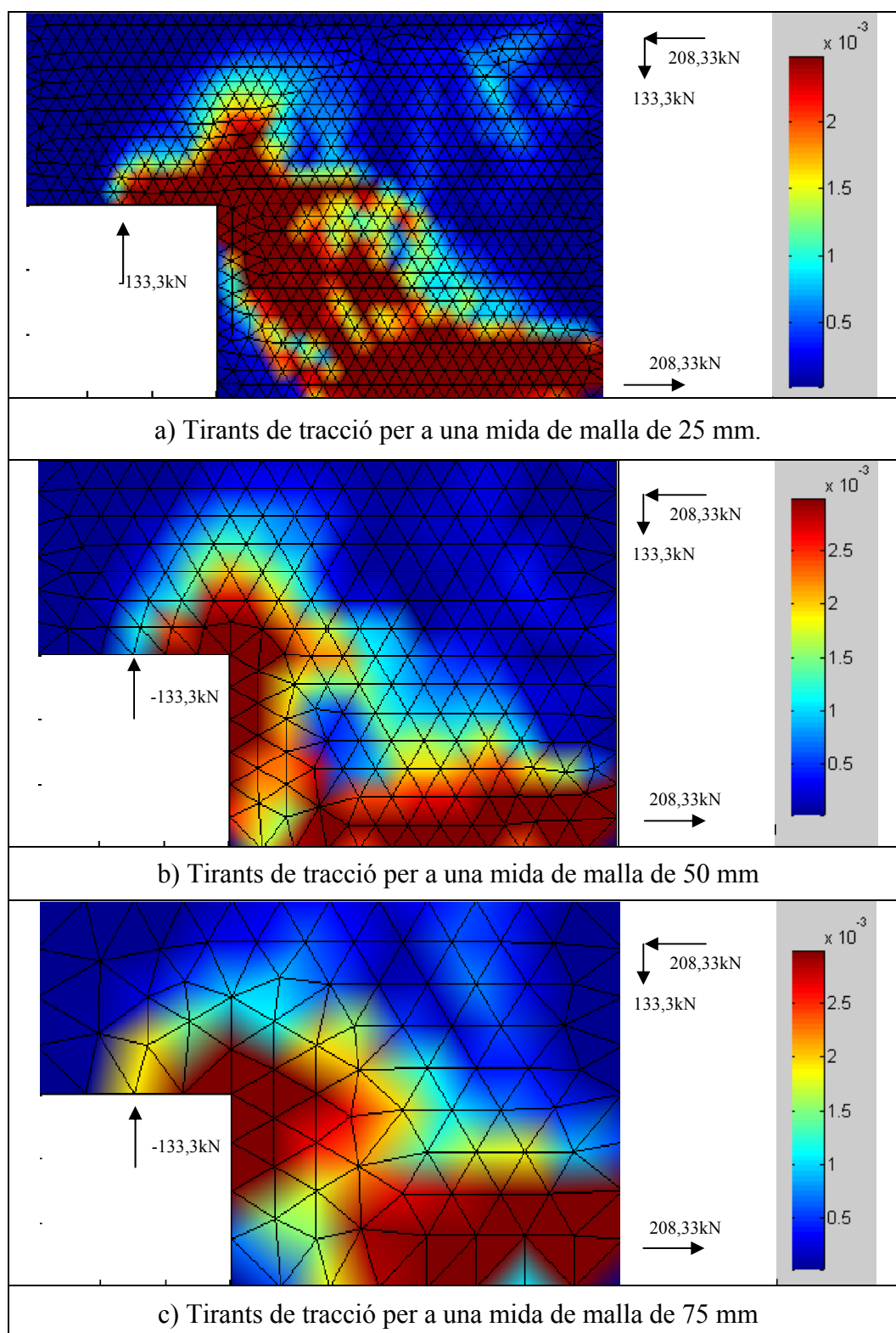


Fig. 80 Tirants de tracció del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90°, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

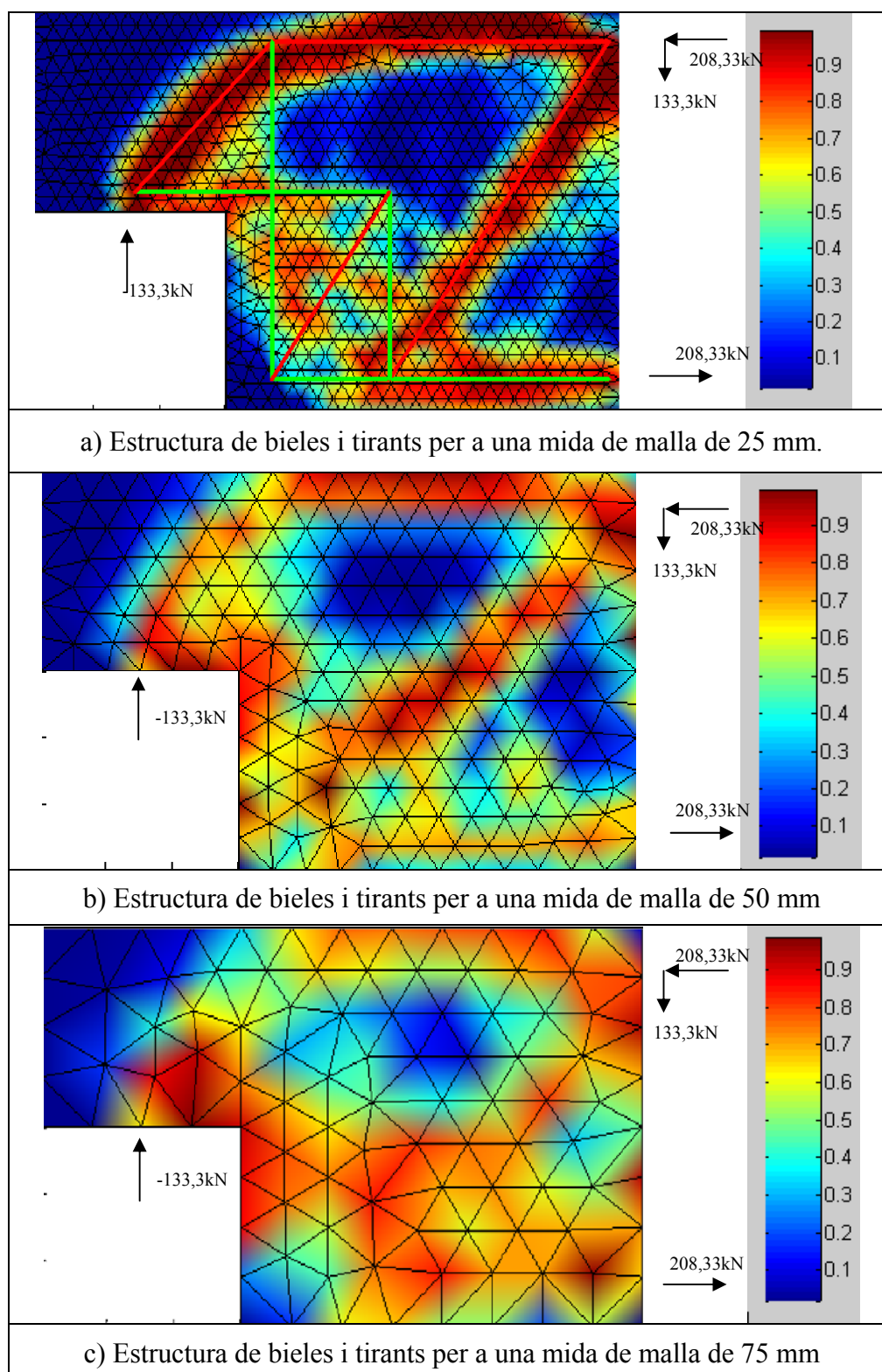


Fig. 81 Estructura de bieles i tirants del recolzament a mitja mossa, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90° , i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

5.2 Biga de gran cantell amb una obertura.

5.2.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

A simple vista podem observar, les mateixes conclusions que s'han extret en el cas del recolzament a mitja mossa.

Les bieles i el tirants augmenten en superfície segons augmenta la mida de la malla. Tot i així cal destacar que en aquest cas, la mida superior de 200 mm, en proporció a la figura no resulta tan gran com passava en el cas del recolzament a mitja mossa,

Aquest fet, que la proporció entre la mida de la malla i la figura no sigui tant gran fa que no es donin els casos de manera tan clara com en l'exemple d'estudi anterior. D'aquesta manera les estructures de bieles i tirants representades en la figura 84, per a les tres malla, en cap cas es deformen i sempre amb menor o major claredat s'observa l'estructura formada per el programa.

Com ja s'ha esmentat, les bieles que es representen a la figura 82, augmenten la seva superfície segons augmenta la seva mida de malla. Aquesta observació s'aprecia per exemple en el cas de la biela inclina que recorre des del punt d'aplicació de la càrrega puntual fins al recolzament de la dreta.

Un altre cas es dona en la unió del tirant inclinat i la biela inclinada que arriba al punt d'aplicació de les càrrega puntual. En el cas de la imatge a), la unió es produeix gairebé a prop de la meitat de l'obertura present en la figura. Mentre que en el primer cas c), aquesta unió es dona més cap a dalt gairebé a la part superior de l'obertura.

Un altre exemple d'aquest cas, és la zona d'influència de la càrrega vertical. Com s'observa la influència de la càrrega augmenta amb la malla. En la imatge a) resulta aproximadament tres vegades inferior a la que es pot observar en la imatge on la mida de la malla és tres cops més gran.

Amb el tirants succeeix el mateix. Per exemple, el tirant de la cantonada superior dreta de l'obertura mostra una forma allarga a la imatge a), mentre que en les successives imatges amb malles superiors aquest tirant té una forma menys definida.

Com s'ha explicat, degut a que la proporció de malla les imatges de la figura 84, no estan tant deformades com el cas anterior. Tot i així es pot observar que aquestes es van deformant i ampliant la zona d'actuació de les bieles i dels tirants. Per tant, podem extrapolar, que en el suposat cas de que es fes una malla suficientment gran es deformaria l'estructura que s'ha obtingut amb les malles de mida petita.

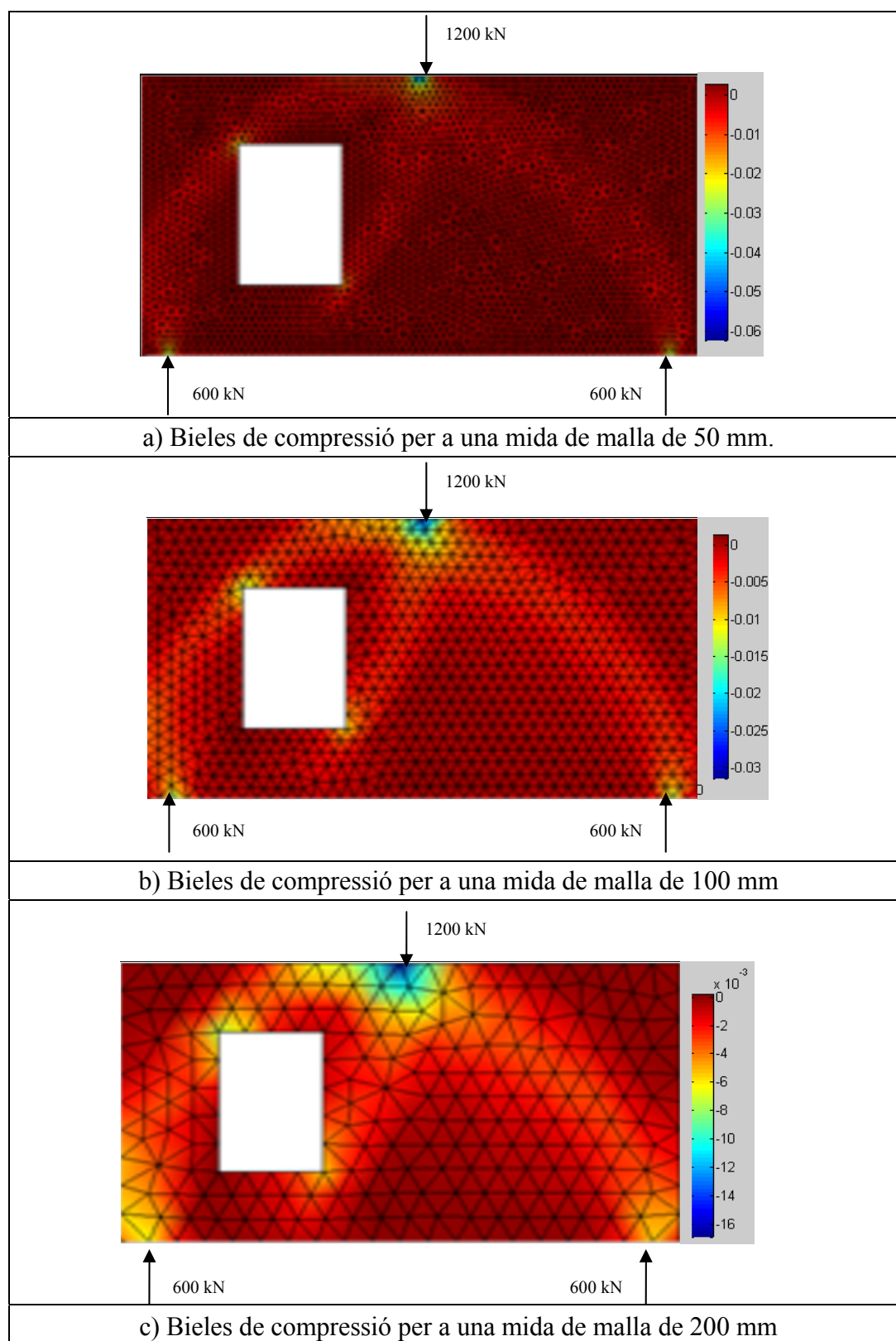


Fig. 82 Bieles de compressió de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 50mm, 100mm i 200 mm.

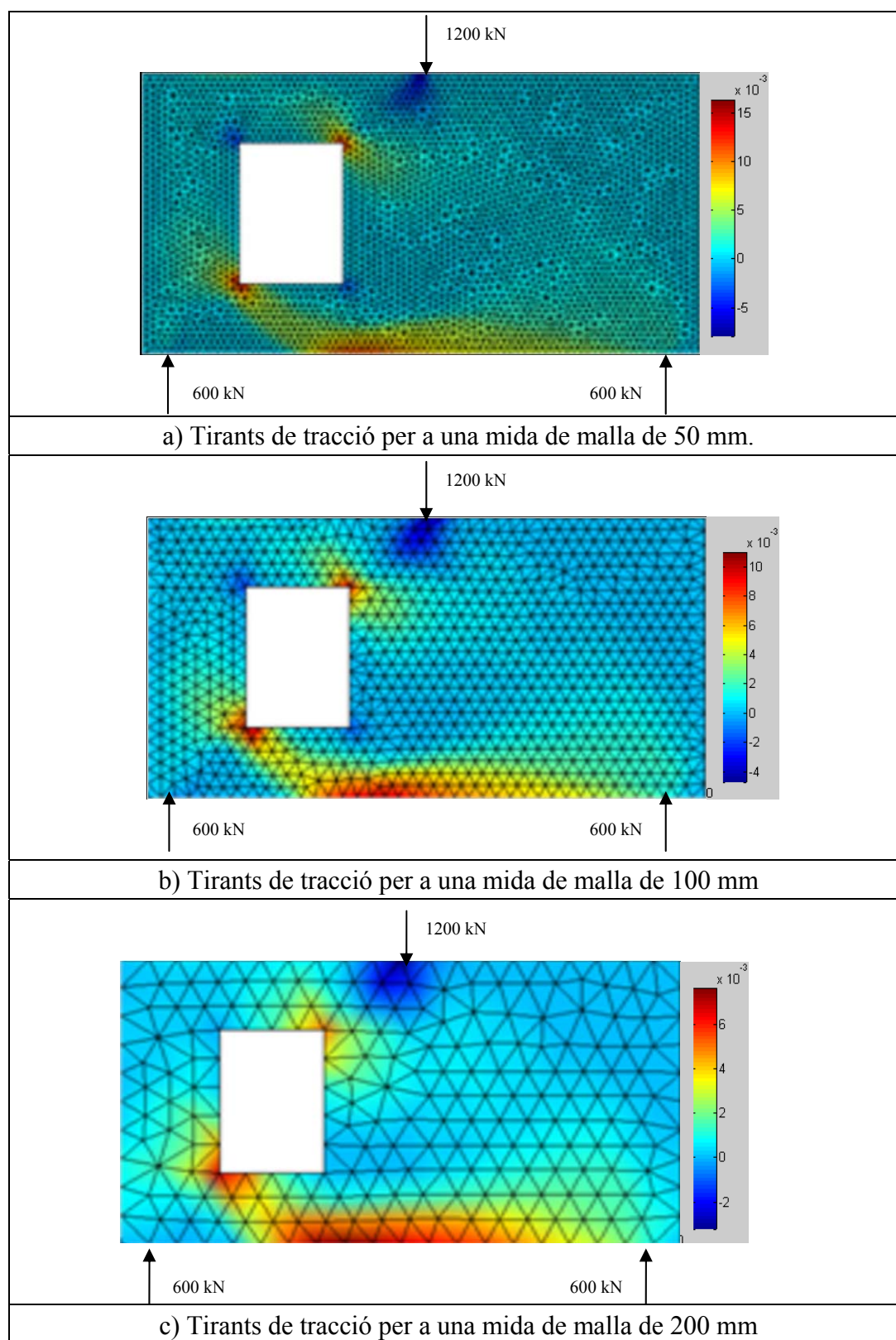


Fig. 83 Tirants de tracció de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 50mm, 100mm i 200 mm.

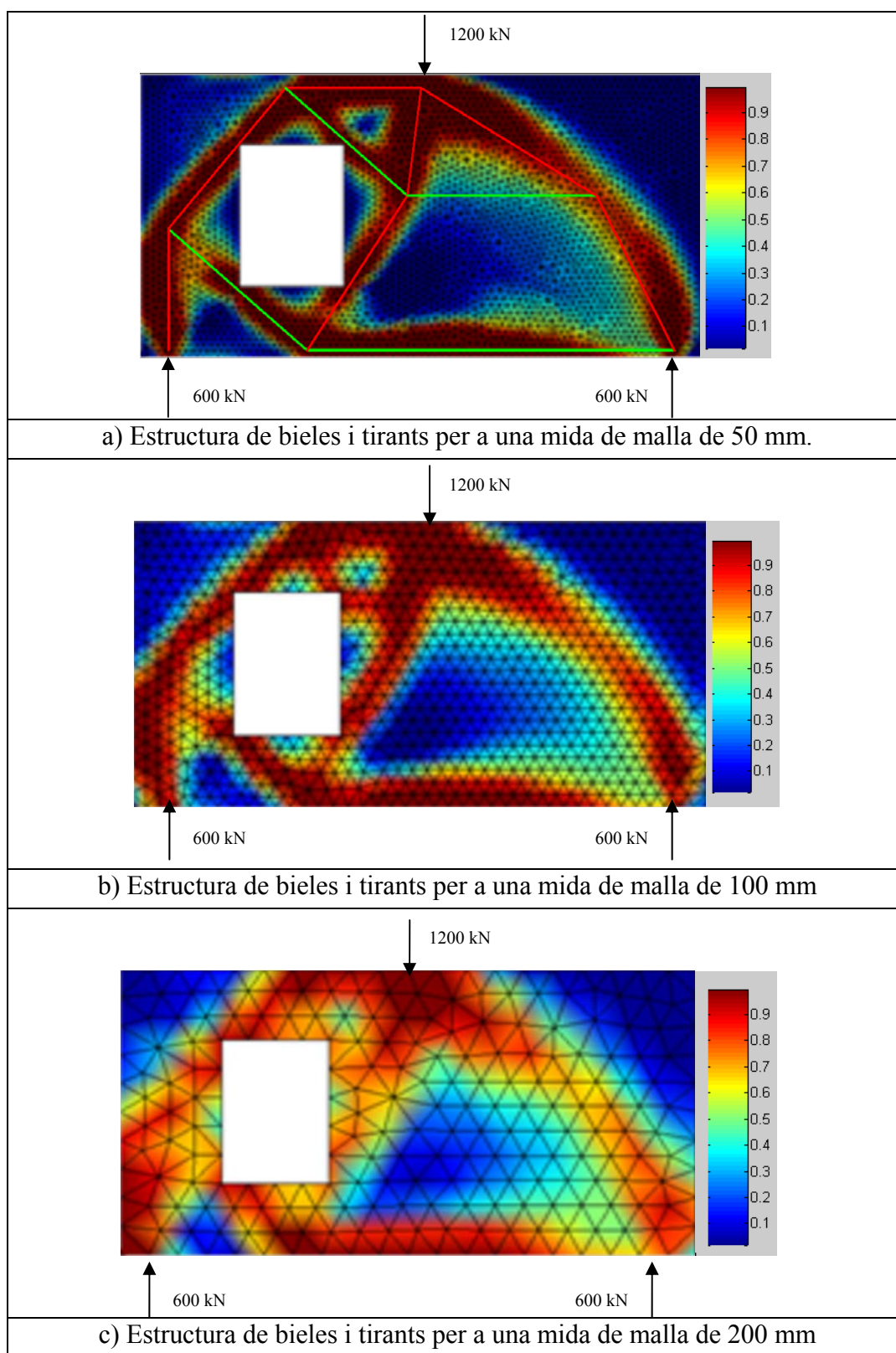


Fig. 84 Estructura de bieles i tirants de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 50mm, 100mm i 200 mm.

5.2.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

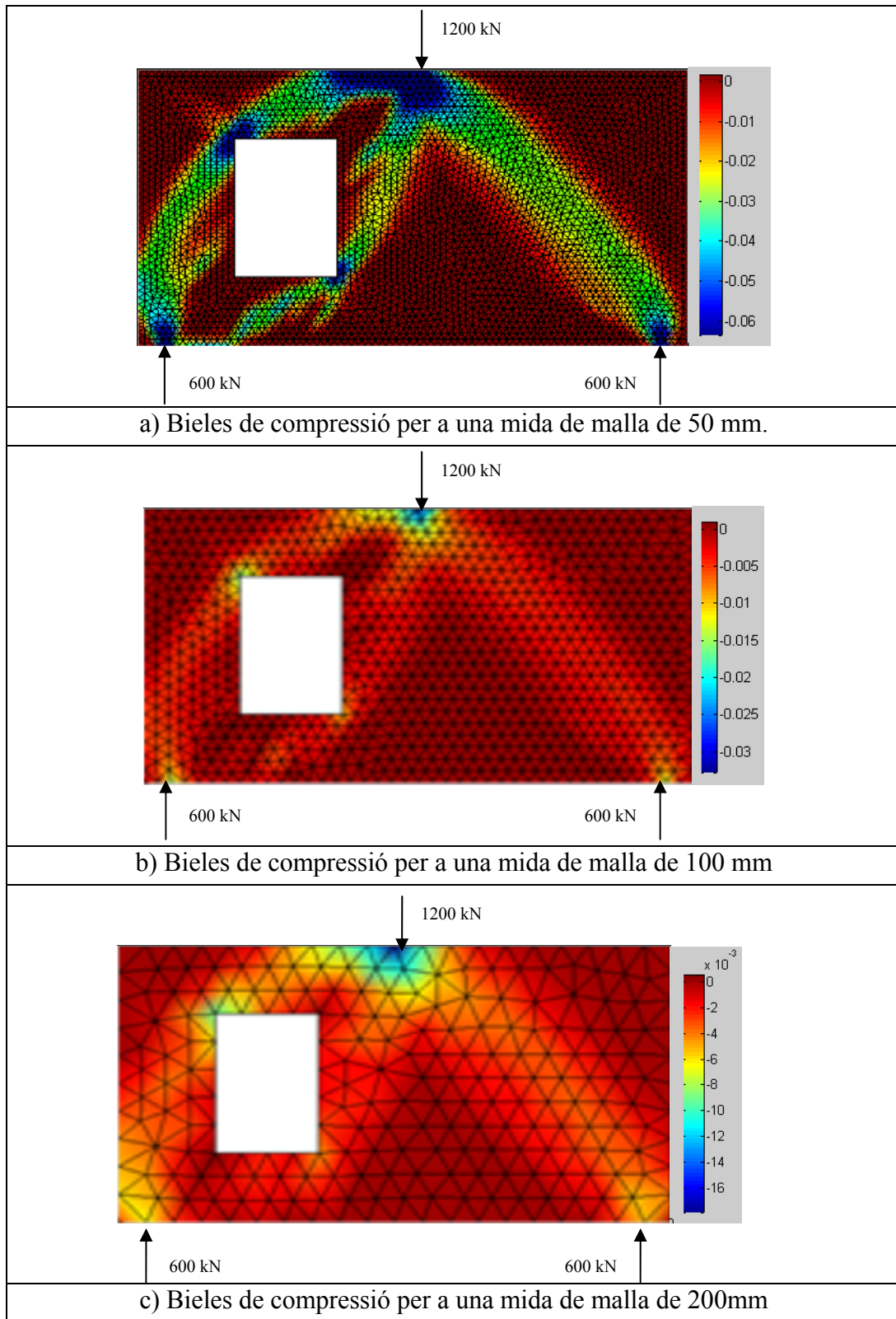


Fig. 85 Bieles de compressió de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90^a, i per les mides de malla 50mm, 100mm i 200 mm.

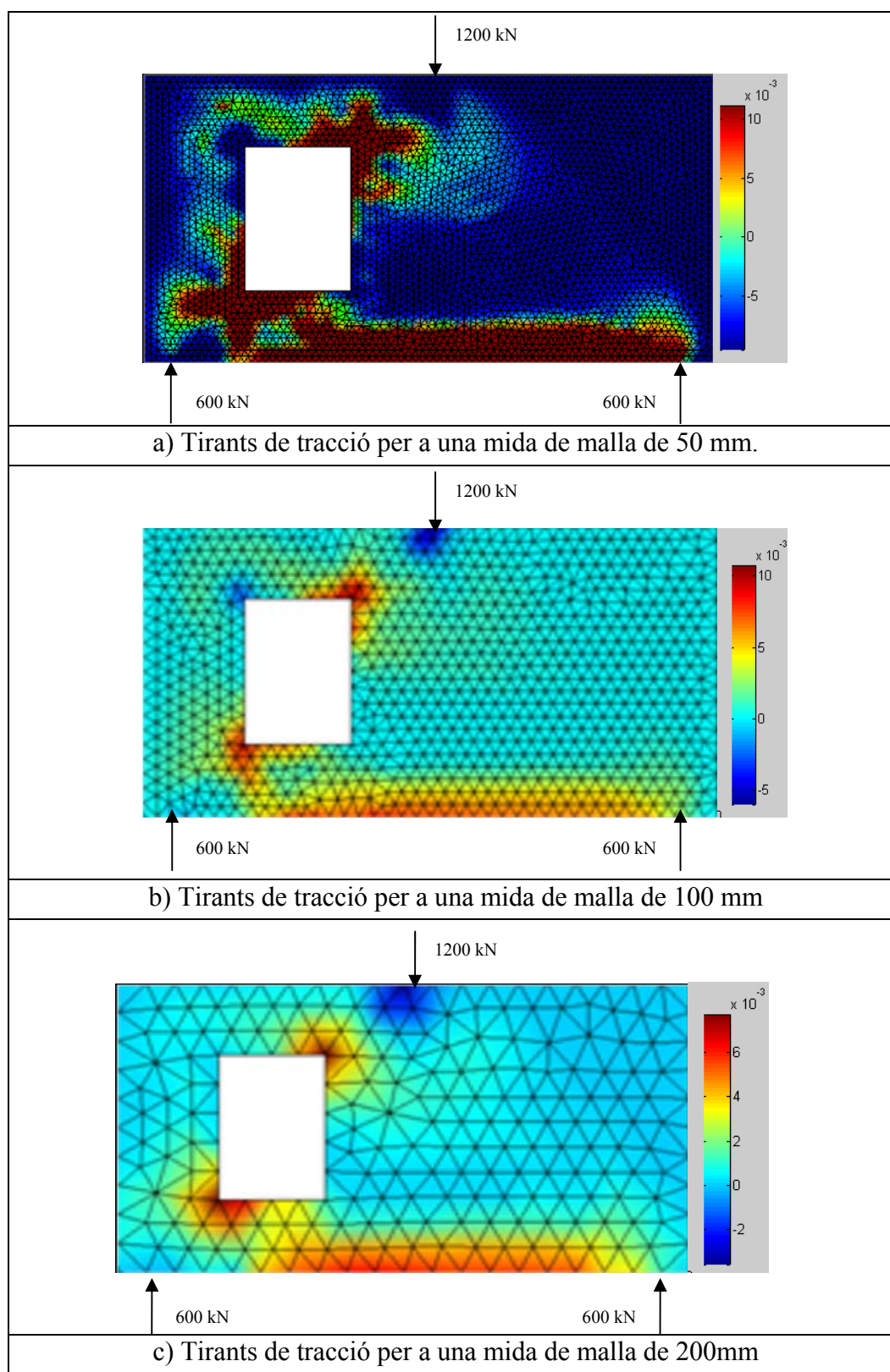


Fig. 86 Tirants de tracció de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90^a, i per les mides de malla 50mm, 100mm i 200 mm.

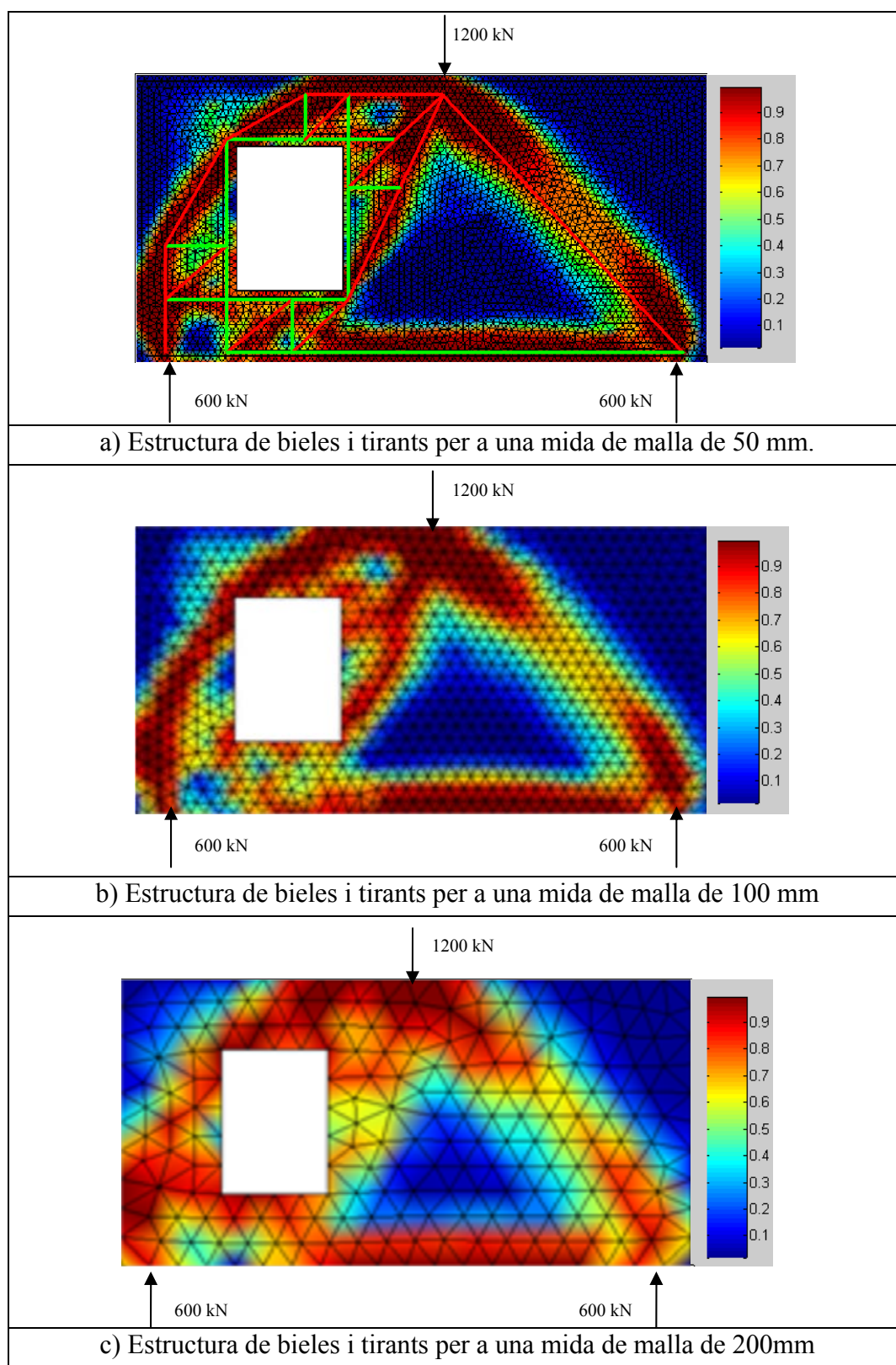


Fig. 87 Estructura de bieles i tirants de la biga de gran cantell amb una obertura, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90° , i per les mides de malla 50mm, 100mm i 200 mm.

En les tres anteriors imatges, (fig. 85, fig. 86 i fig. 87), on es representen les compressions, les traccions i les estructures de bieles i tirants que es formen en la biga de gran cantell amb una obertura, es poden extrapolar tal i com s'observa les mateixes conclusions obtingudes tant en el cas de altres exemple, com en el cas de la comparació amb altres criteris.

Les bieles i el tirants augmenten en superfície segons augmenta la mida de la malla de la regió D en estudi.

La proporció entre la mida de la malla i la mida de la figura influeix a l'hora de la representació de les estructures.

Els punts d'aplicació de les càrregues no acostumen a moure's de la seva posició, però degut a que augmenta la zona d'influència amb la malla, la posició es converteix cada com en menys precisa, augmentant la zona que es podria suposar de l'aplicació de la càrrega.

5.3 Biga de Maxwell B.S. i Beem J.E. (2000)

5.3.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

Tots els comentaris que s'han realitzat fins aleshores, resulten vàlids per el cas de les biga estudiada en l'article Bryan S. Maxwell i John E. Beem (2000)

Tot i així, cal esmentar diverses coses peculiars referents a les figures obtingudes de l'estudi d'aquesta biga amb les malles 25, 50 i 100mm.

En les figures 89.c) i 90.c), que representen els tirants i l'estructura amb la mida més gran de la malla s'observa com el tirant que recorre tota la part inferior de la figura, no segueix la forma recta que s'observa en les corresponents imatges a). En aquestes imatges amb mida de malla superior, s'observa que aquest tirant segueix una forma dentada durant tot el seu recorregut

També es pot observar com en aquesta regió D, la biela que es forma des de les càrregues puntuals fins al recolzament de la dreta. També segueix aquesta distribució dentada a causa de la mida dels triangles. I que aquesta biela es forma augmenta una mica la seva superfície amb la mida de la malla.

Respecte les bieles inclinades que recorren per sobre de l'obertura format una curvatura, amb la mida en augment, s'aprecia com part d'aquesta curvatura es va perdent, tal i com s'observa en la imatge c) de la fig. 88.

Cal esmentar que la tirant inclinat que passa per la cantonada dreta superior, va desapareixen a mesura que la malla creix, per tant podem concloure que bieles o tirants amb menor tensions, possiblement només seran apreciables mides petites de malles.

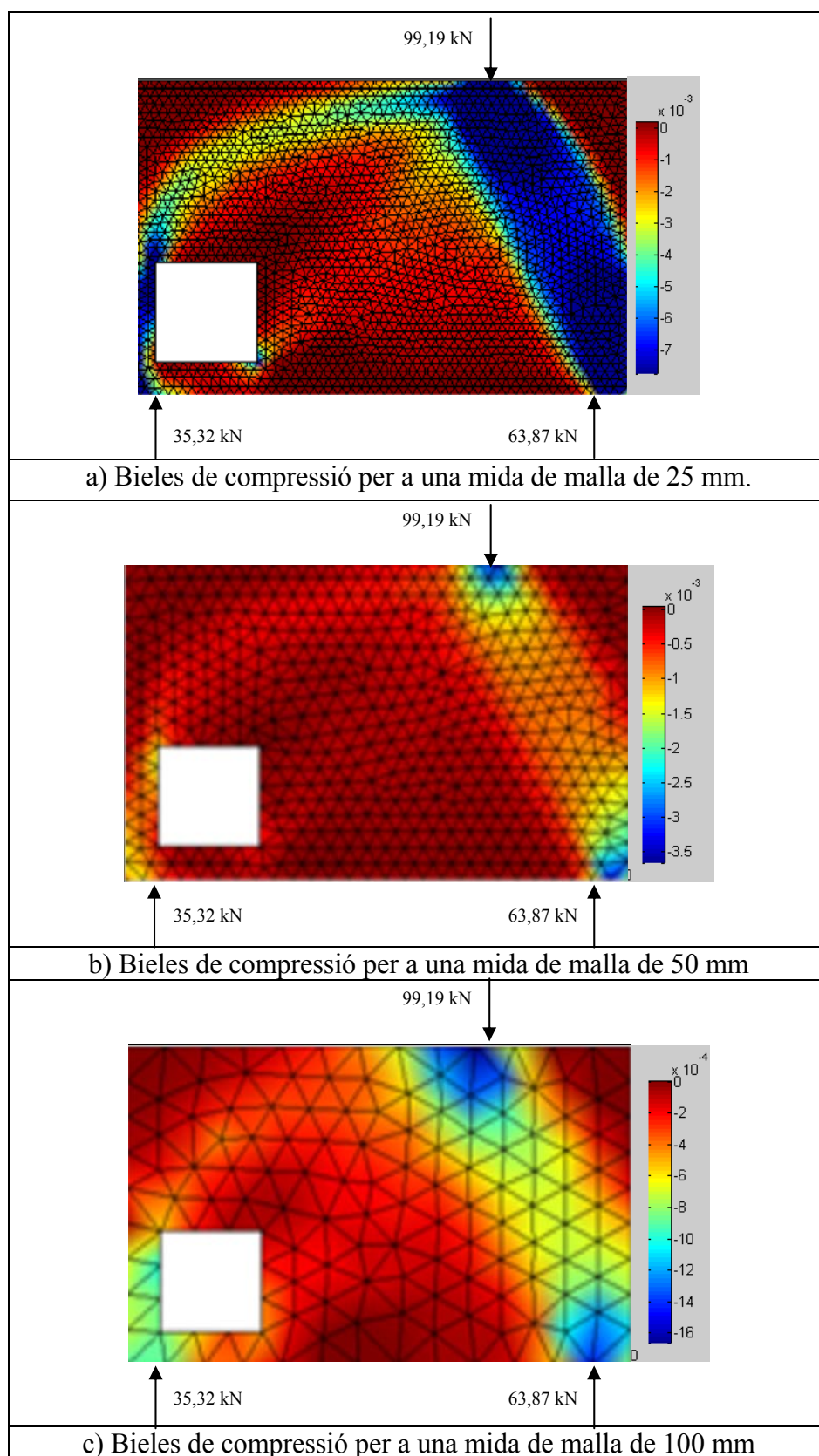


Fig. 88 Bieles de compressió de la biga de Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 100 mm.

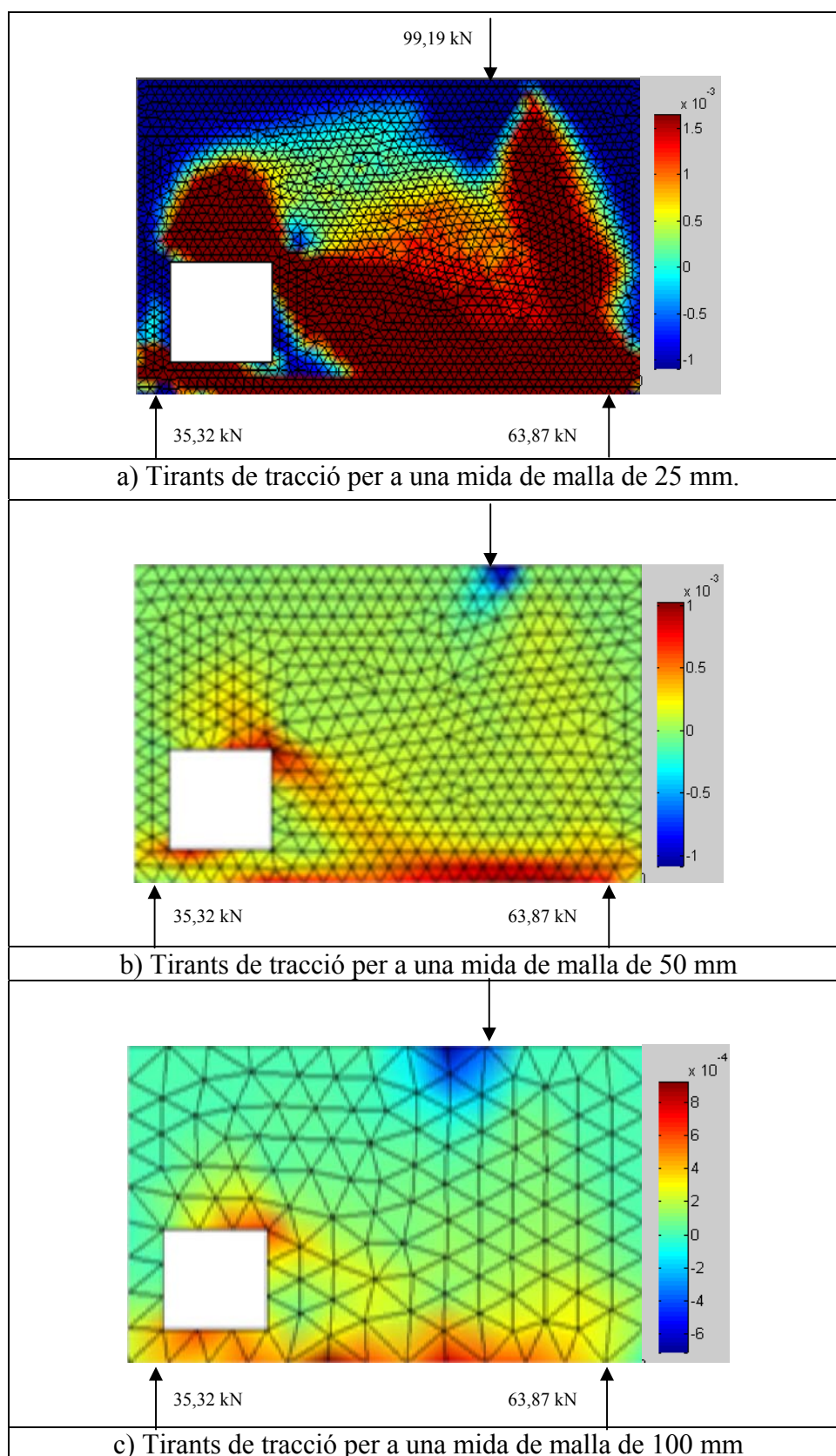


Fig. 89 Tirants de tracció de la biga de Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 100 mm.

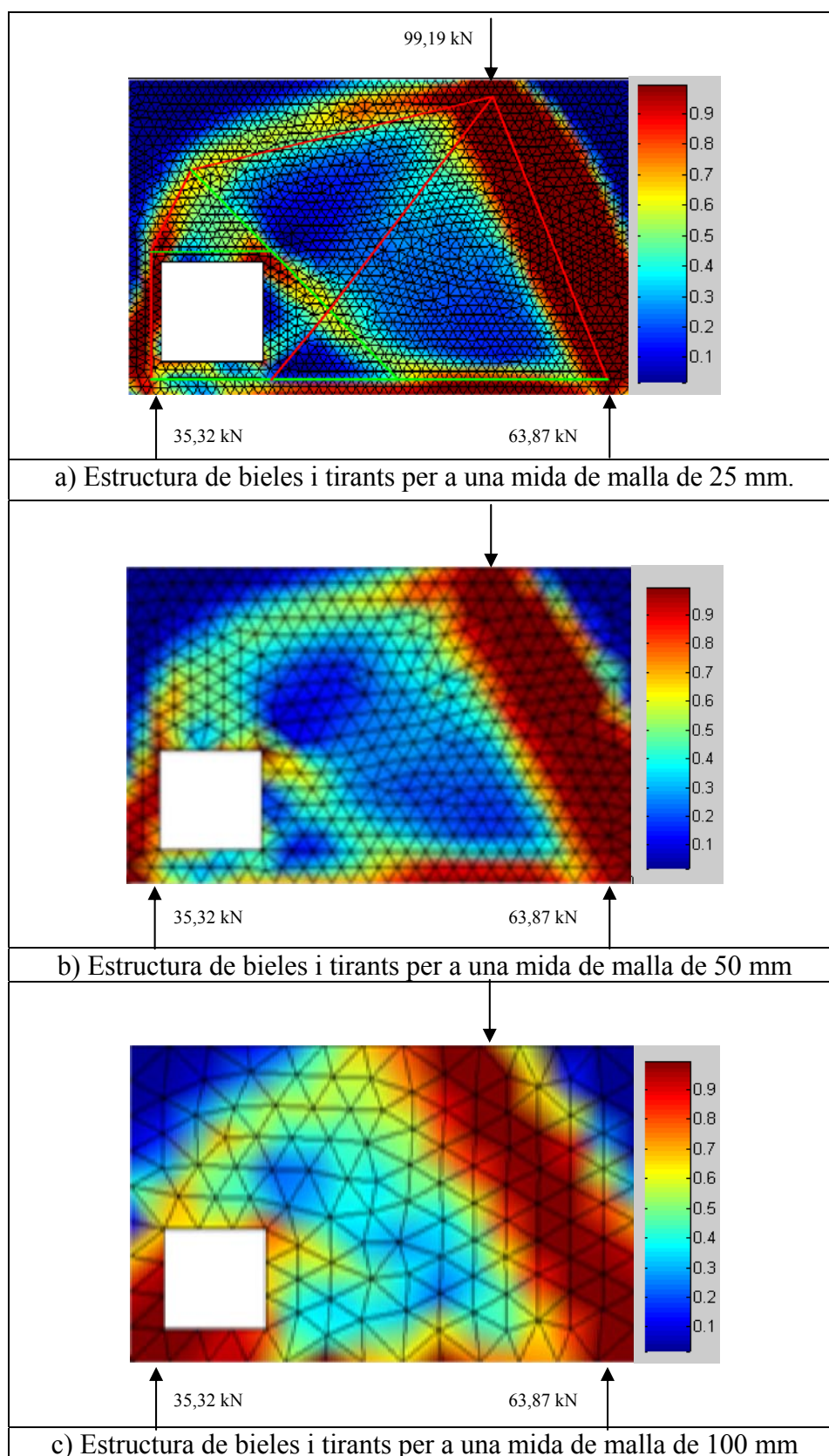


Fig. 90 Estructura de bieles i tirants de la biga de Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 100 mm.

5.3.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

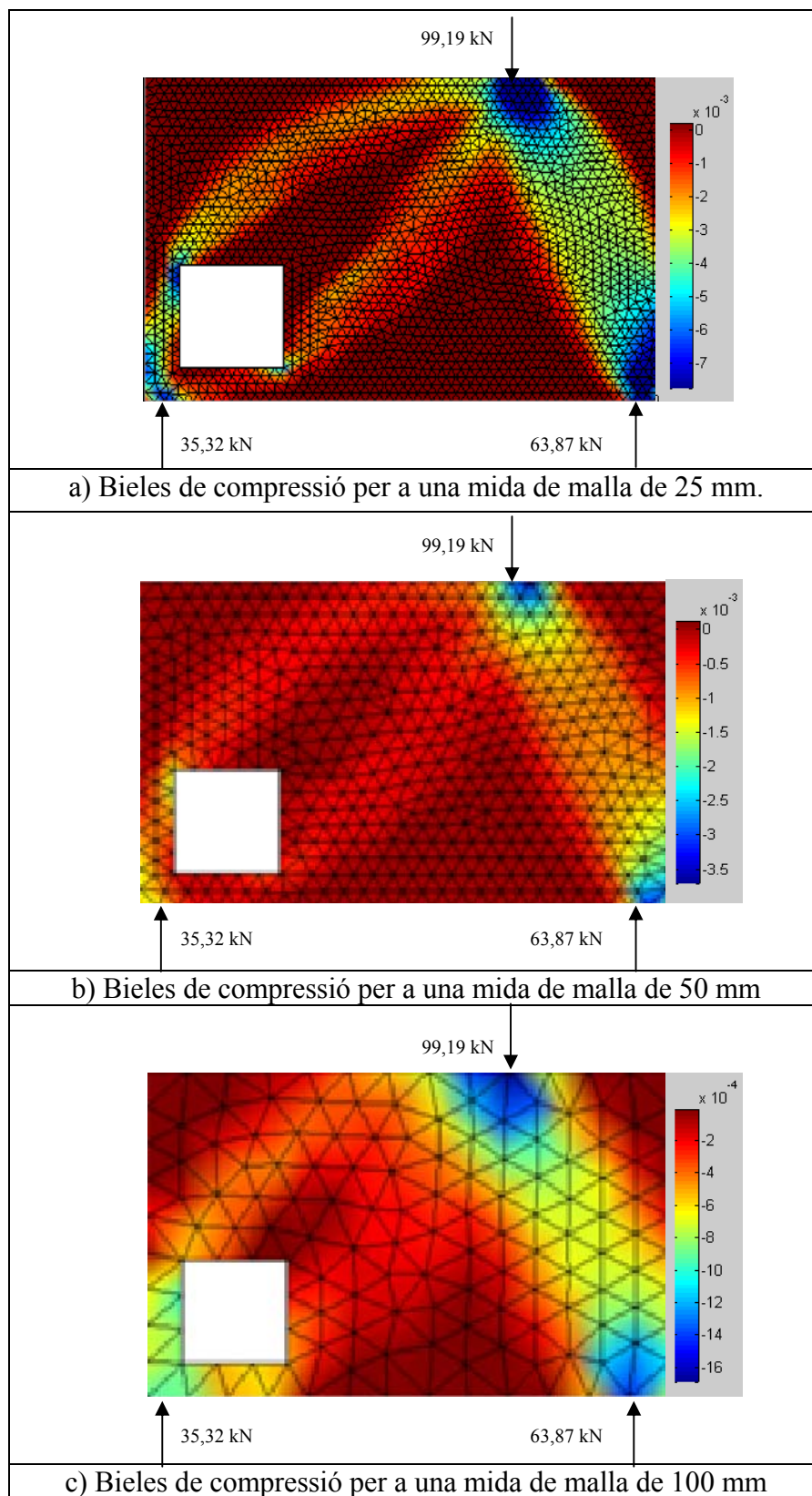


Fig. 91 Bieles de compressió de la biga de Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90° , i per les mides de malla 25mm, 50mm i 100 mm.

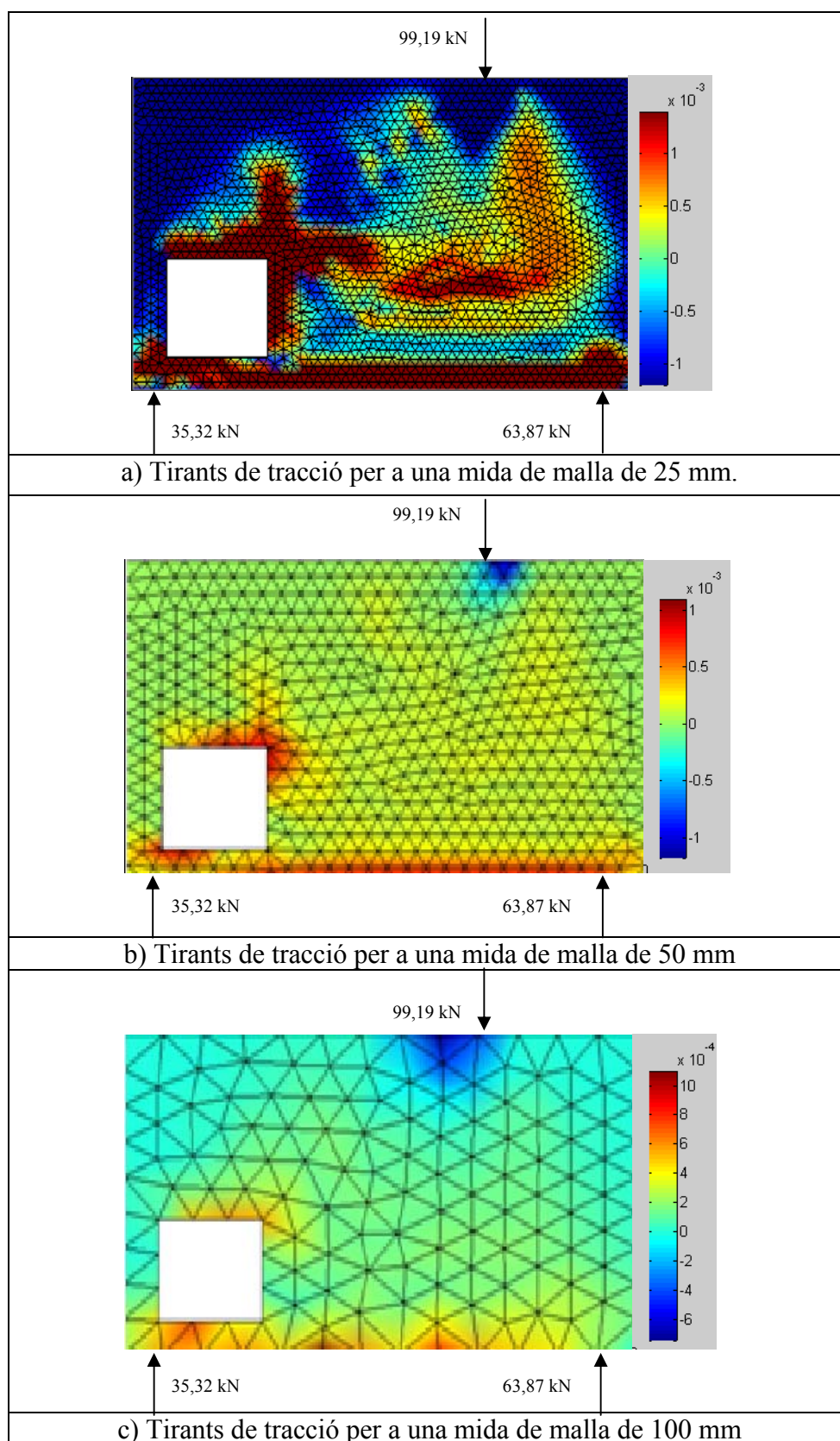


Fig. 92 Tirants de tracció de la biga de Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90^a, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 100 mm.

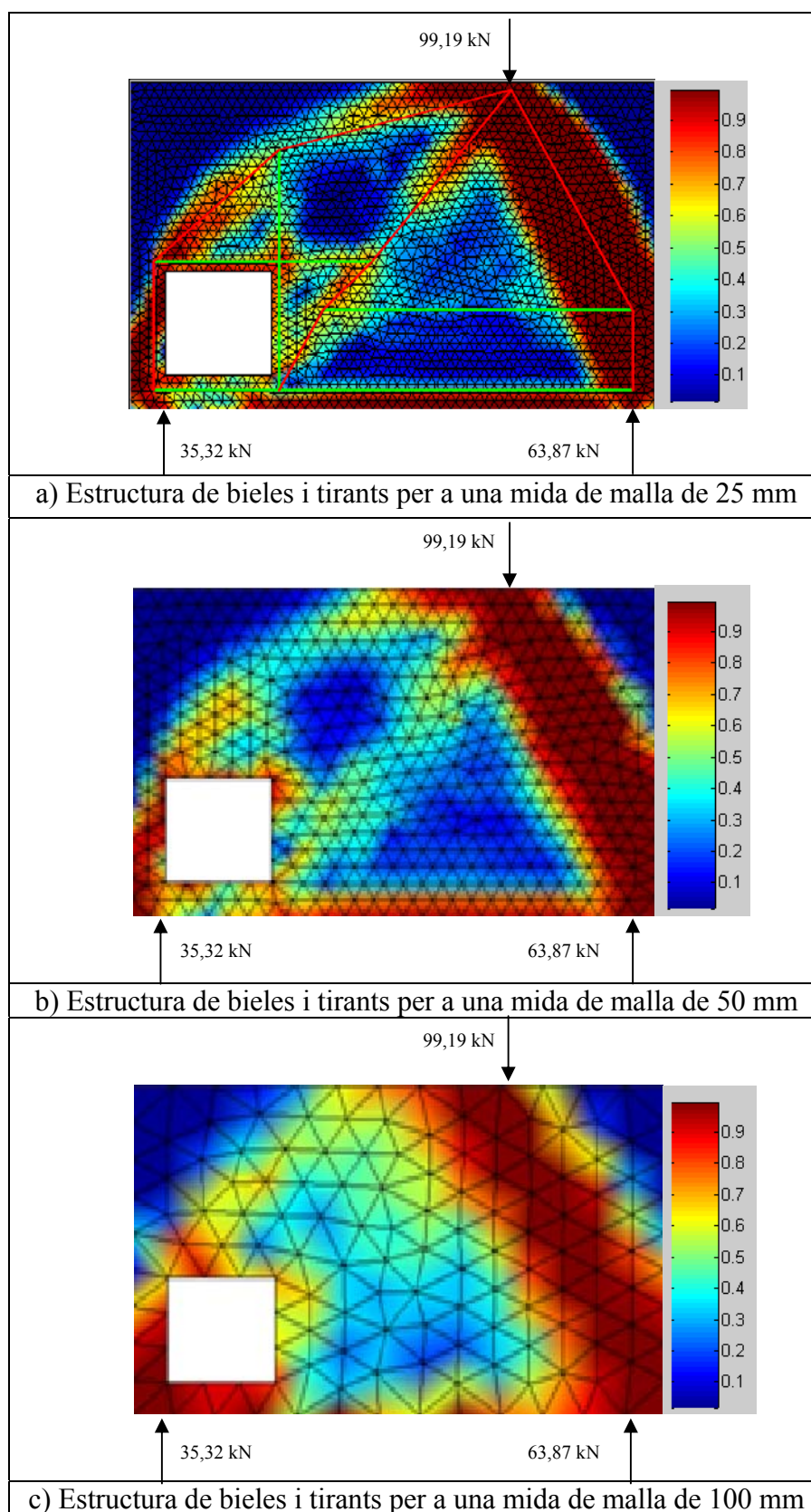


Fig. 93 Estructura de bieles i tirants de la biga de Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90° , i per les mides de malla 25mm, 50mm i 100 mm.

Les tres figures anteriors representen els resultats de les compressions, traccions i estructures obtingudes per l'estudi de la biga de gran cantell amb una obertura de l'article de Maxwell B.S. i Beem, J.E. (2000), però en aquest cas correspon al criteri on els tirant es disposen de manera horitzontal i vertical.

En aquestes figures es produeixen els mateixos fenòmens que es produïen en l'aplicació de l'anterior criteri. Cal afegir, ja que no s'ha esmentat en el criteri anterior i és vàlid per tots dos, que la biela que es forma des del punt d'aplicació de les càrregues puntuals fins a la cantonada dreta inferior de l'obertura, sols s'observen clarament en les figures de compressions. I a més cal esmentar que aquesta biela amb l'augment de la malla es va repartint les seves tensions per tota l'àrea central de la regió de la biga en estudi.

5.4 Mènula curta.

5.4.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

Aquesta regió de discontinuïtat que comprèn la mènula curta i part del pilar en el qual esta encastada aquesta mènula, s'observen totes les conclusions ja comentades en els tres exemple anteriors. Per aquesta regió les mides d'estudi de la malla estan compreses entre la mida de 25 mm i la de 75 mm.

Per aquesta figura si agafem l'amplada del pilar que també és de 600 mm com a longitud de referència, obtenim els següents resultats:

Malla 25 mm.	$Midamalla = \frac{Lref = 600}{24}$	Molt acceptable
Malla 50 mm.	$Midamalla = \frac{Lref = 600}{12}$	Més o menys acceptable
Malla 75 mm.	$Midamalla = \frac{Lref = 600}{8}$	No acceptable

5.4.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

En el cas de l'estudi de la malla amb aquest criteri, cal destacar que el cas del tirant que es produeix en la part dreta del pilar, s'observa com amb les mides de malles superiors les tensions inferiors es concentren cada cop en superfícies menors. Es a dir les traccions es propaguen segon els element finits i aquest depenen de la mida que aquest elements tinguin.

A continuació es mostren les figures corresponents a tots dos criteris per a l'exemple de la mènula curta.

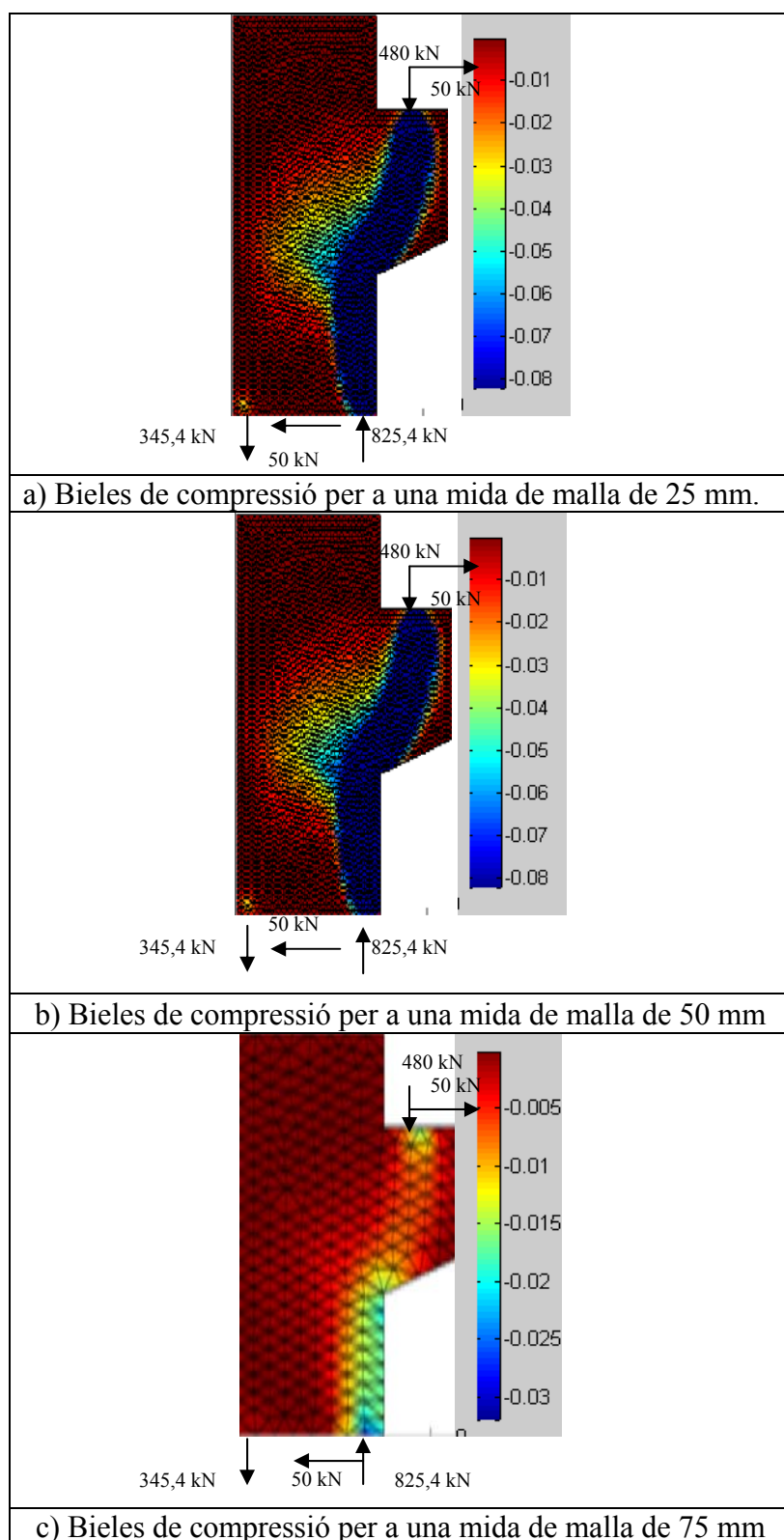


Fig. 94 Bieles de compressió de la mènsula curta, formades mitjançant l'aplicació del primer criteri, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

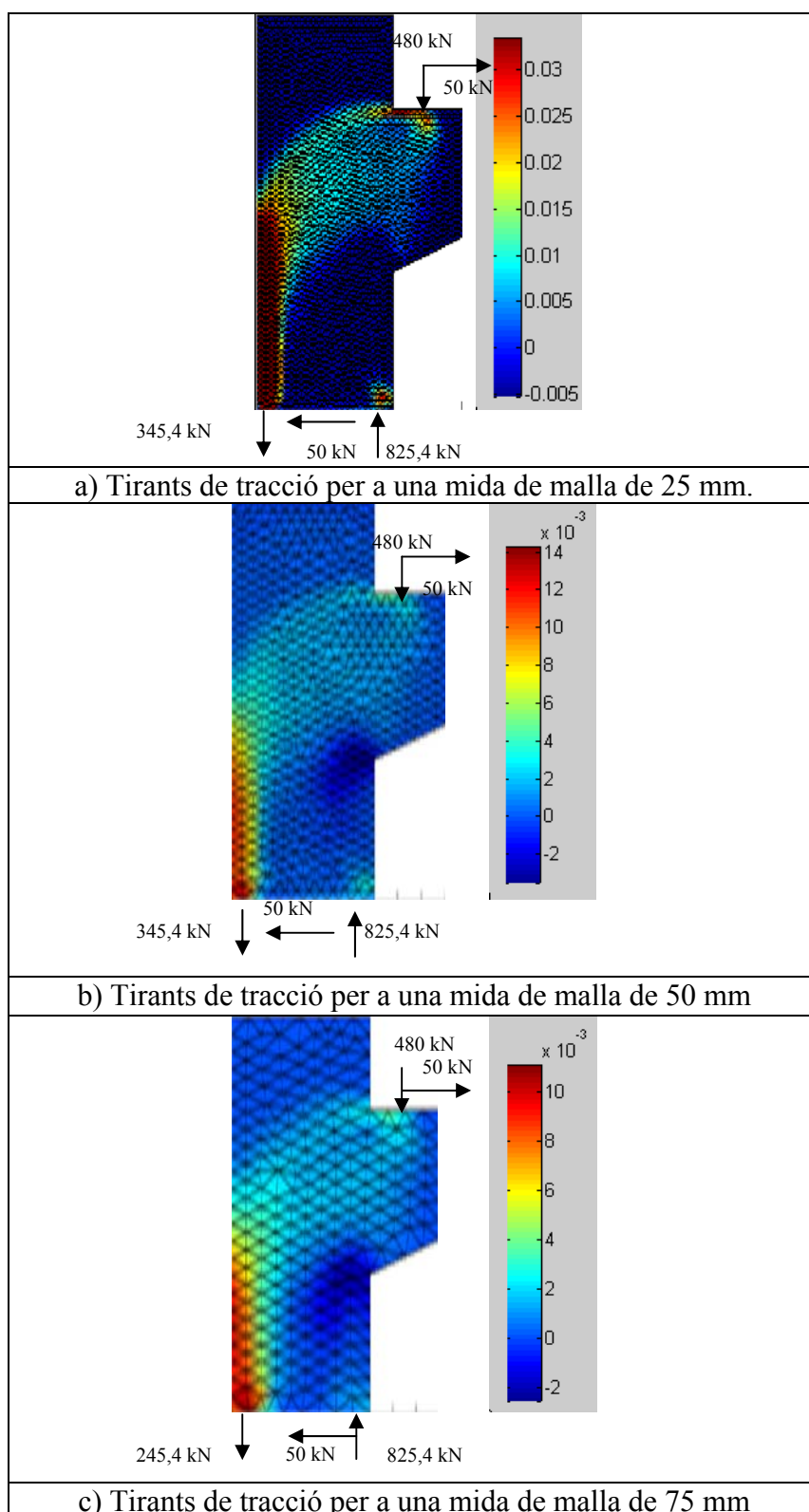


Fig. 95 Tirants de tracció de la mènsula curta, formades mitjançant l'aplicació del criteri 1, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

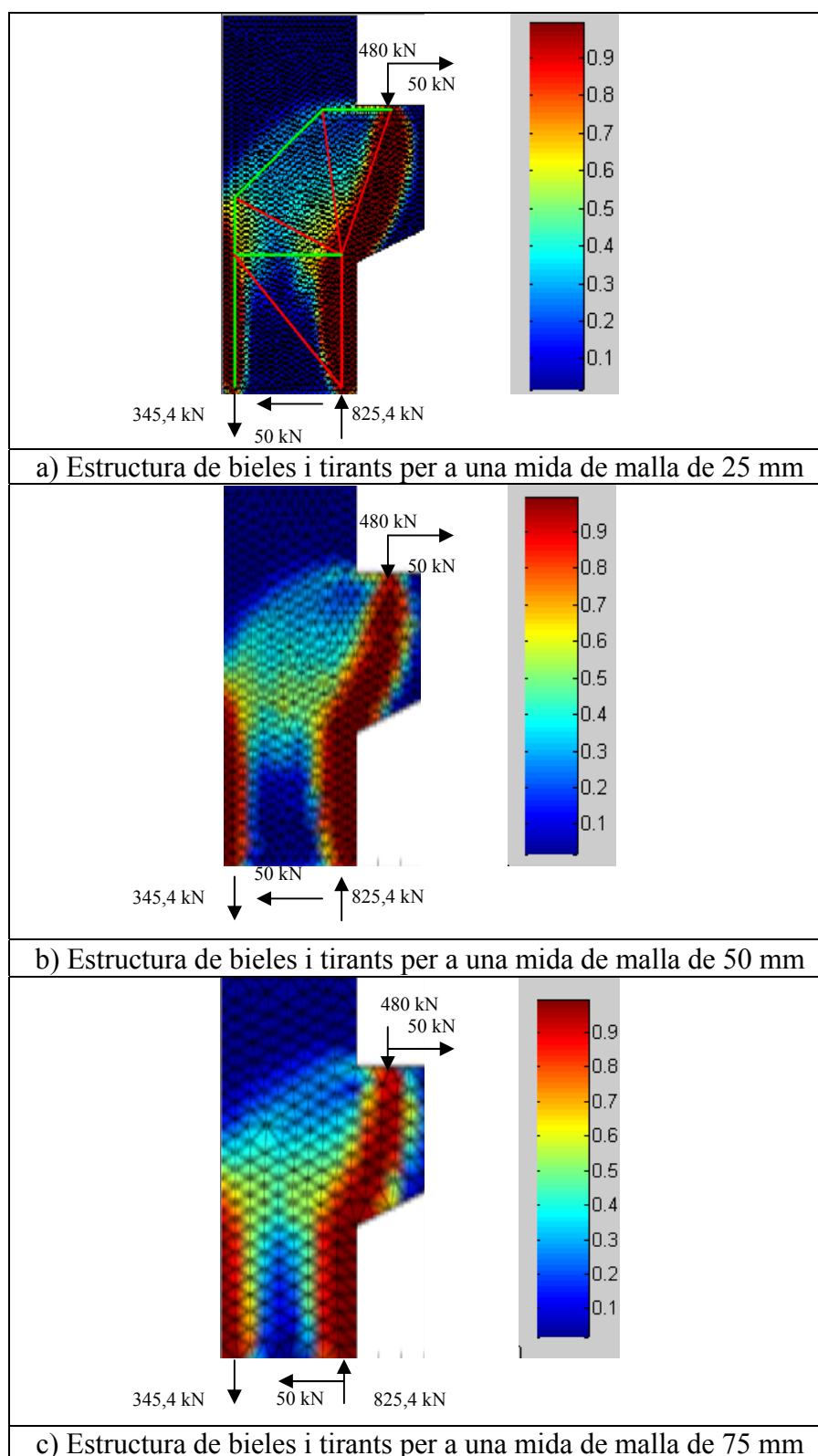


Fig. 96 Estructura de bieles i tirants de la mènsula curta, formades mitjançant l'aplicació del criteri 1, amb tirants en qualsevol direcció, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

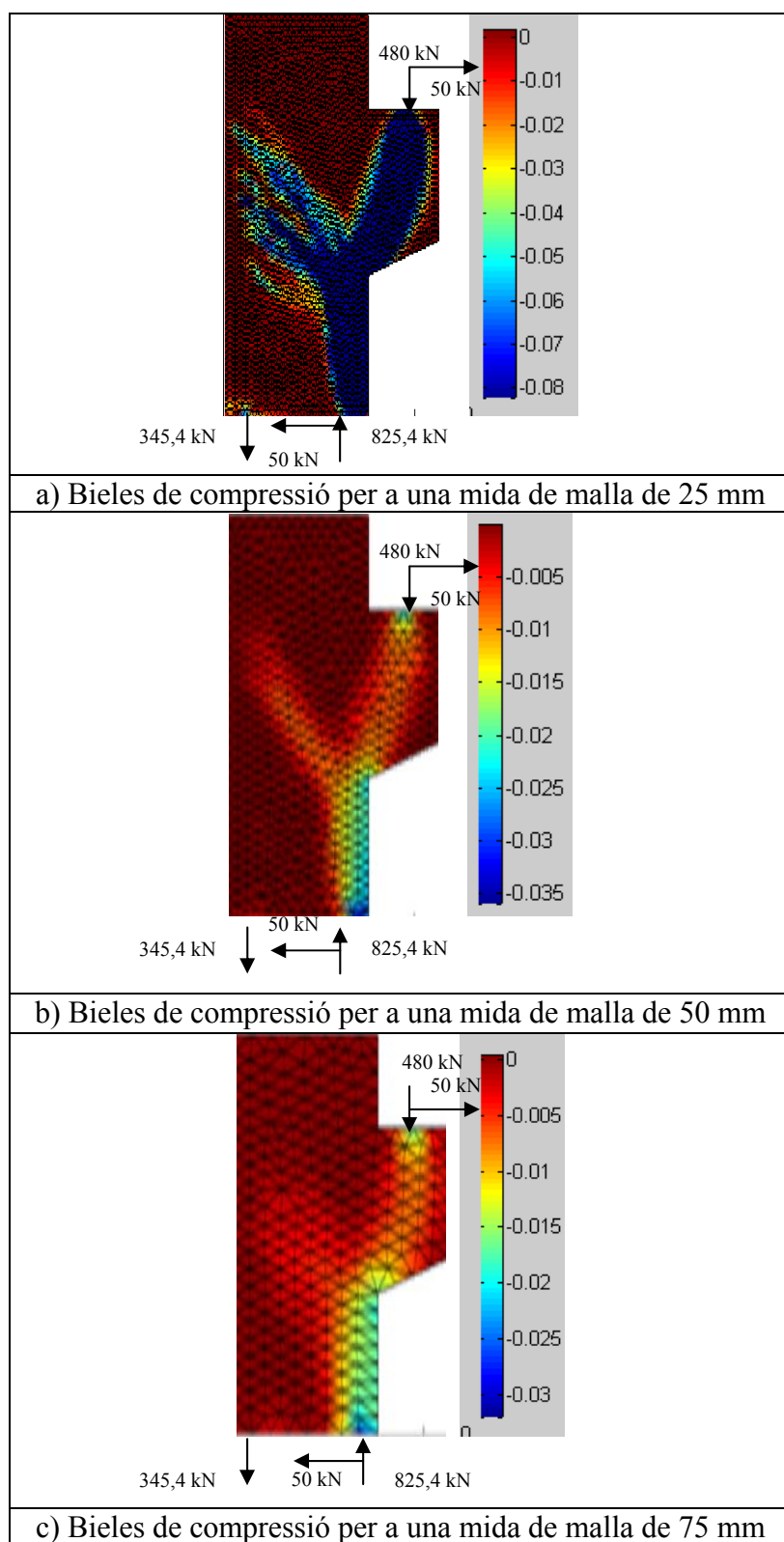


Fig. 97 Bieles de compressió de la mènsula curta, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90° , i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

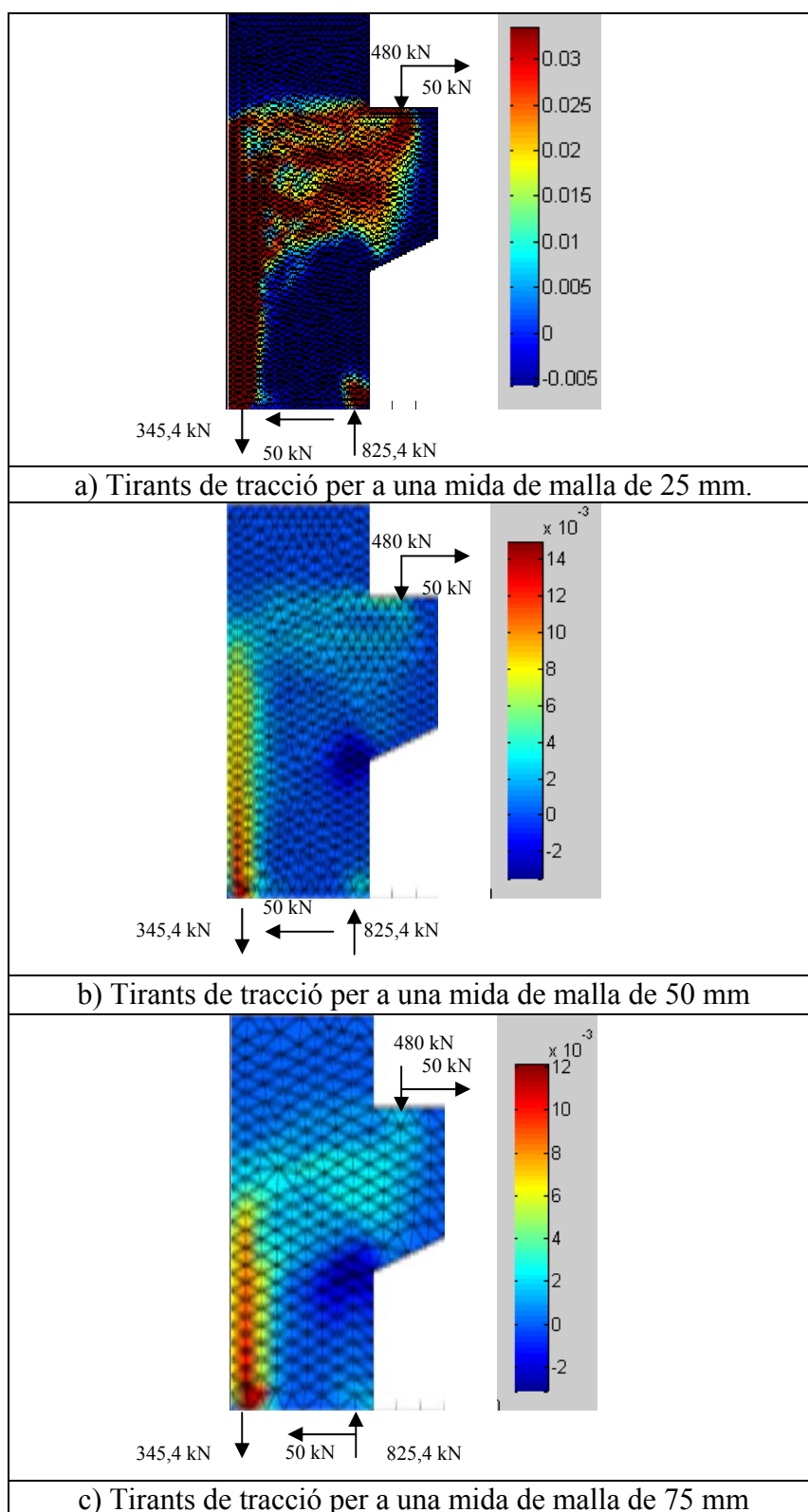


Fig. 98 Tirants de tracció de la mènsula curta, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90°, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

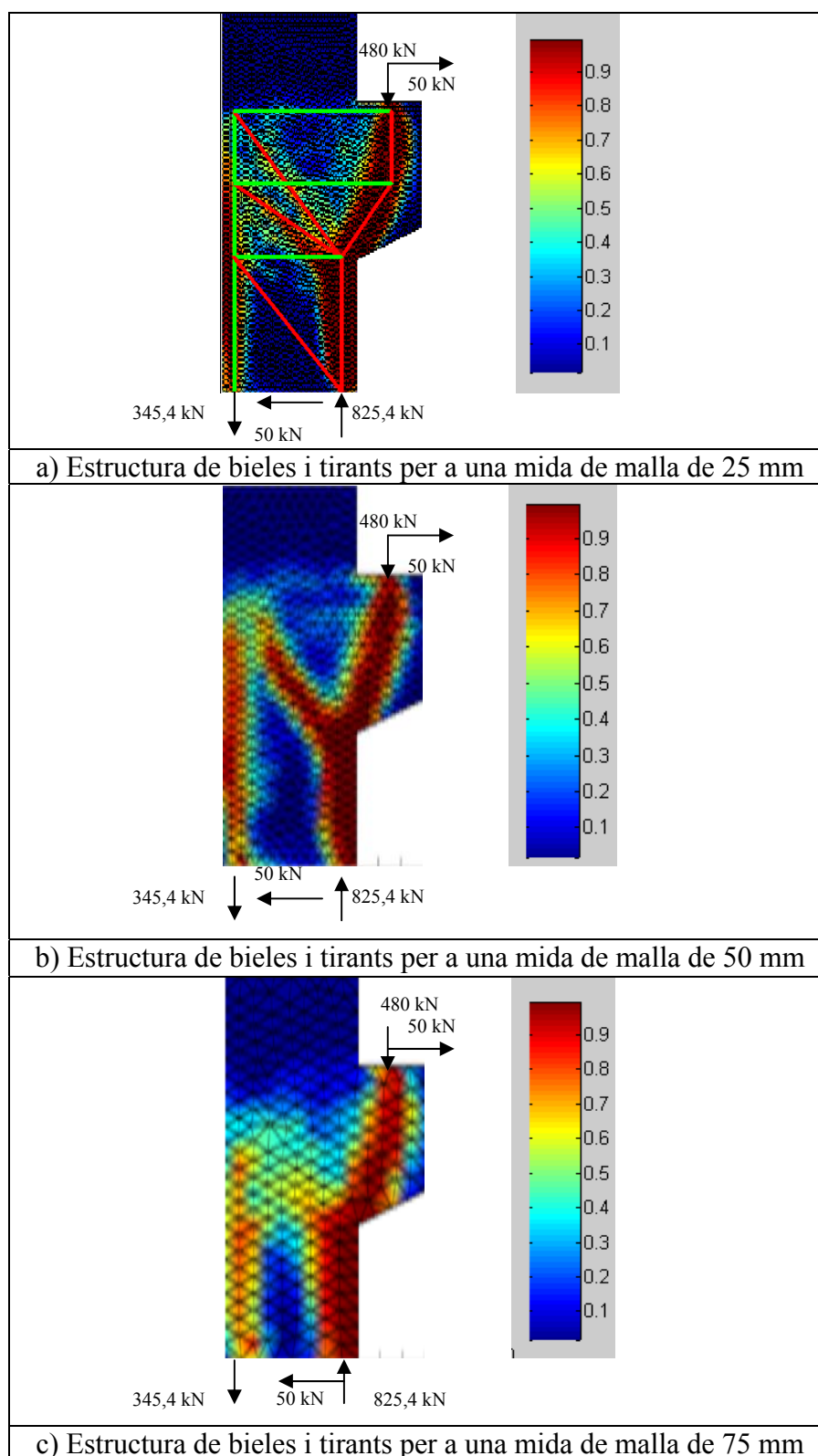


Fig. 99 Estructura de bieles i tirants de la mènsula curta, formades mitjançant l'aplicació del criteri 2, amb tirants a 90°, i per les mides de malla 25mm, 50mm i 75 mm.

6 DIMENSIONAMENT DE CÀLCULS SELECCIONATS

En el següent apartat, es procedirà a realitzar les comprovacions que requereixen les bieles i els tirants en el mètode utilitzat. A més de les comprovacions es realitzarà el càlcul de les armadures necessàries per suportar les càrregues aplicades, segons l'estructura de bieles i tirants formats a partir de la utilització del programa SAT.

6.1 Mènula curta.

6.1.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

Primerament, per realitzar les comprovacions cal trobar les tensions que actuen en cada biela i en cada tirant de l'estructura interna. A continuació es mostra l'estructura de bieles i tirants trobada en apartats anteriors i els angles entre les bieles i els tirants per trobar les tensions. Per trobar les tensions, es realitza l'equilibri en tots els nusos, i a continuació ens mostren els equilibris realitzats en tots els nusos.

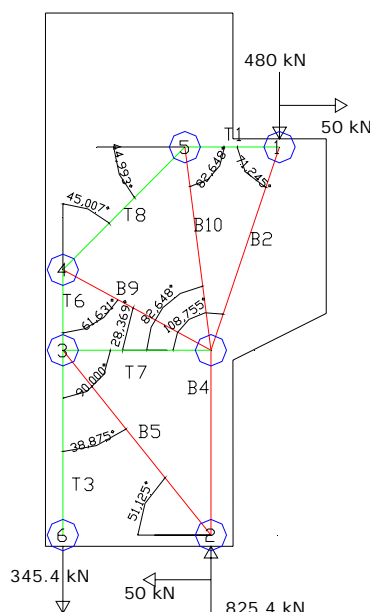
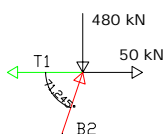


Fig. 100 Estructura de bieles i tirants per a la mènula curta amb el criteri 1, i els angles corresponents per realitzar els equilibris dels nusos.

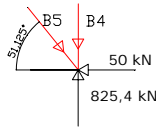
NUS 1



$$B2 = \frac{480}{\sin 71,245} = 506,916 \text{ kN}$$

$$T1 = 50 \text{ kN} \quad T3 = 345,4 \text{ kN}$$

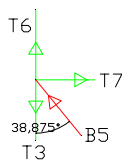
NUS 2



$$B5 = \frac{50}{\sin 51,125} = 64,225 \text{ kN}$$

$$B4 = 825,4 - B5 \cdot \cos 51,125 = 785,09 \text{ kN}$$

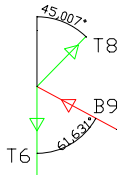
NUS 3



$$T7 = B5 \cdot \sin 38,875 = 40,309 \text{ kN}$$

$$T6 = 345,4 - B5 \cdot \sin 38,875 = 295,399 \text{ kN}$$

NUS 4



$$-T8(\sin 45,007 \cdot \cos 45,007) + B9(\sin 61,631 \cdot \cos 45,007) = 0$$

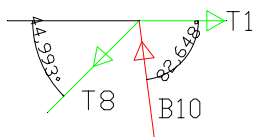
$$-T8(\sin 45,007 \cdot \cos 45,007) + B9(\cos 61,631 \cdot \sin 45,007) = T6 \cdot \sin 45,007$$

$$B9[(\sin 61,631 \cdot \cos 45,007) + (\cos 61,631 \cdot \sin 45,007)] = T6 \cdot \sin 45,007$$

$$B9 = \frac{T6 \cdot \sin 45,007}{[(\sin 61,631 \cdot \cos 45,007) + (\cos 61,631 \cdot \sin 45,007)]} = 218,035 \text{ kN}$$

$$T8 = \frac{B9(\sin 61,631 \cdot \cos 45,007)}{(\sin 45,007 \cdot \cos 45,007)} = 271,289 \text{ kN}$$

NUS 5



$$B10 = \frac{T8 \cdot \sin 44,993}{\sin 82,648} = 193,406 \text{ kN}$$

Un cop trobat totes les tensions que han de suportar els diferents tirants, podem trobar l'armadura principal de la mènula curta aplicant la següent fórmula ajustada al mètode de bieles i tirants:

$$As = \frac{T}{400 \text{ MPa}}$$

Tirant T7:

$$As = \frac{40,31 \text{ kN} \cdot 10^3}{400 \text{ MPa}} = 100,775 \text{ mm}^2 \qquad \frac{100,775 \text{ mm}^2}{201,0619 \text{ mm}^2} = 0,5012 \qquad 1\phi 16$$

Al ser una única barra, es col·loquen les 3 per continuar amb les necessàries en els altres tirants.

Tirant T1:

$$A_s = \frac{212,985kN \cdot 10^3}{400MPa} = 532,463mm^2 \quad \frac{532,463mm^2}{201,0619mm^2} = 2,648 \quad 3\phi 16$$

Tirant T8:

$$A_s = \frac{271,27kN \cdot 10^3}{400MPa} = 678,175mm^2 \quad \frac{678,175mm^2}{314,159mm^2} = 2,158 \quad 3\phi 20$$

Tirant T6:

$$A_s = \frac{295,4kN \cdot 10^3}{400MPa} = 738,5mm^2 \quad \frac{738,5mm^2}{314,159mm^2} = 2,35 \quad 3\phi 20$$

Tirant T3:

$$A_s = \frac{345,4kN \cdot 10^3}{400MPa} = 863,5mm^2 \quad \frac{863,5mm^2}{314,159mm^2} = 2,748 \quad 3\phi 20$$

Per acabar de dimensionar l'armadura definim, la longitud d'ancoratge del tirant T3:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m, segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ i $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2^2 = 52 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2 = 50$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{A_{snec}}{A_{sreal}} = 52 \cdot 1 \cdot \frac{863,5}{942,47} = 47,66cm$$

On $\beta=1$ ja que es fa l'ancoratge amb una prolongació recta.

Per tant la longitud d'ancoratge del tirant T3 és de 48 cm.

Les barres següents al ser cercols no es necessita longitud ancoratge.

L'armadura secundaria formada per els cercols s'ha calculat de la següent manera, seguint les instruccions de EHE-08 (2008):

$$A_{se} = \frac{T3}{400MPa} = \frac{345,4kN \cdot 10^3}{400} = 863,5mm^2 \quad \frac{863,5mm^2}{4cercols} = 215,86 \frac{mm^2}{cercol}$$

$$\text{cèrcol } \Phi 12 = 2 \cdot 113,1 = 226,2 \text{ mm}^2 \quad \frac{215,86 \text{ mm}^2}{226,2 \text{ mm}^2} = 0.95 \quad c\phi 12$$

Una segona comprovació de l'armadura secundària segons la EHE-08 (2008), és la següent:

$$A_{se} = 0,001 \cdot A_c = 0,001 \cdot 1.210.391,7 \text{ mm}^2 = 1210,39 \text{ mm}^2$$

$$\frac{1210,39 \text{ mm}^2}{4 \text{ cèrcols}} = 302,6 \frac{\text{mm}^2}{\text{cèrcol}}$$

$$\text{cèrcol } \Phi 16 = 2 \cdot 201,06 = 402,12 \text{ mm}^2 \quad \frac{215,86 \text{ mm}^2}{402,12 \text{ mm}^2} = 0.53 \quad 4c\phi 16$$

Per tant l'armadura secundària seria de $4c\phi 16$

A continuació es detalla l'armadura principal i la secundària. Part de l'armadura principal s'ha ajustat per que constructivament resulti més còmoda.

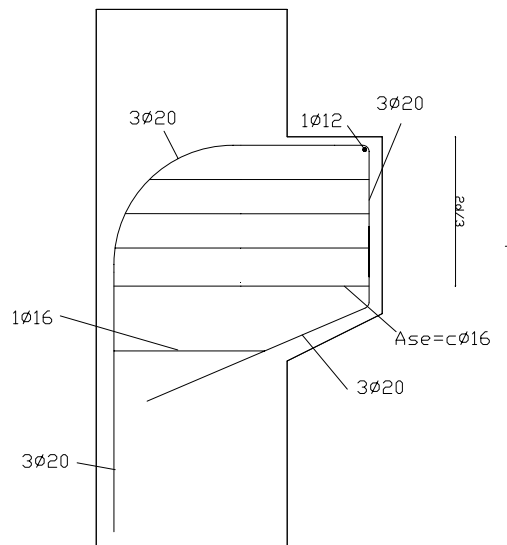


Fig. 101 Armadura principal i secundària per a la mènscula curta i segons el criteri 1.

Per últim un cop dimensionada l'armadura principal i la secundària, només falta comprovar que les bieles compleixen les capacitats resistents de les bieles requerits per l'aplicació del mètode de bieles i tirants.

Cal aclarir que en la comprovació de la capacitat resistent de les bieles he assumit que:

$$f_{lcd} = 0,6 \cdot f_{cd} = 0,6 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Aquest valor segons EHE-08 (2008), es per quan les bieles transmeten les compressions a través de fissures d'obertura controlada per armadura transversal, suficientment ancorades.

$$y \geq \frac{C_d}{f_{lcd} \cdot b} = \frac{C_d}{0,6 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{C_d}{0,6 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b}$$

Biela B2:

$$y = 196mm \geq \frac{506,916kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 400mm} = 105,6mm$$

Biela B4:

$$y = 184mm \geq \frac{785,09kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 400mm} = 163,56mm$$

6.1.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

Per al criteri 2 podem procedir de la mateixa manera que en el cas anterior. Primer càlcul de tensions en les bieles i tirants. Un cop calculades es dimensiona l'armadura principal i secundària i per últim es comprova la capacitat resistent de les bieles.

A continuació es pot observar la geometria de l'estructura de bieles i tirants de la mènsula curta per el criteri 2.

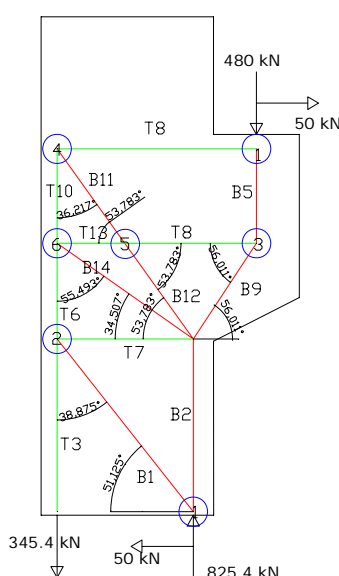
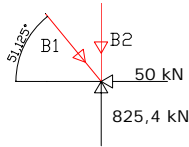


Fig. 102 Estructura de bieles i tirants per a la mènsula curta amb el criteri 2, i els angles corresponents per realitzar els equilibris dels nusos.

$$T3 = 345,4kN \quad T4 = 50kN \quad B5 = 480kN$$

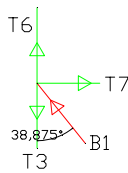
NUS 1



$$B1 = \frac{50}{\sin 51,125} = 79,664 \text{ kN}$$

$$B2 = 825,4 - B1 \cdot \sin 51,125 = 763,38 \text{ kN}$$

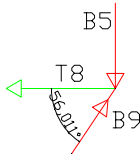
NUS 2



$$T7 = B1 \cdot \sin 38,875 = 50 \text{ kN}$$

$$T6 = T3 - B1 \cdot \cos 38,875 = 283,38 \text{ kN}$$

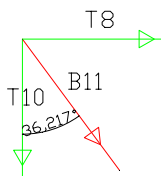
NUS 3



$$B9 = \frac{B5}{\sin 56,011} = 578,909 \text{ kN}$$

$$T8 = B9 \cdot \cos 56,011 = 323,629 \text{ kN}$$

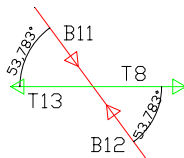
NUS 4



$$B11 = \frac{T4}{\sin 36,217} = 84,624 \text{ kN}$$

$$T10 = B1 \cdot \cos 26,217 = 68,273 \text{ kN}$$

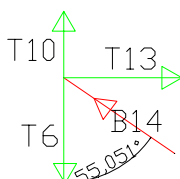
NUS 5



$$B12 = \frac{B11 \cdot \sin 53,783}{\sin 53,783} = 84,624 \text{ kN}$$

$$T13 = T8 + B11 \cdot \cos 53,783 - B12 \cdot \cos 53,783 = 323,629 \text{ kN}$$

NUS 6



$$B14 = \frac{T13}{\sin 55,493} = 392,726 \text{ kN}$$

Procedint com en el criteri anterior es calcula l'armadura principal seguint els criteris resistents establerts per el mètode de bieles i tirants:

$$A_s = \frac{T}{400MPa}$$

Tirant T3:

$$A_s = \frac{345,4kN \cdot 10^3}{400MPa} = 863,5mm^2 \quad \frac{863,5mm^2}{314,159mm^2} = 2,748 \quad 3\phi 20$$

Tirant T6:

$$A_s = \frac{283,38kN \cdot 10^3}{400MPa} = 708,45mm^2 \quad \frac{708,45mm^2}{314,159mm^2} = 2,25 \quad 3\phi 20$$

Tirant T10:

$$A_s = \frac{68,274kN \cdot 10^3}{400MPa} = 170,684mm^2 \quad \frac{170,684mm^2}{113,1mm^2} = 1,51 \quad 2\phi 12$$

Tirant T4-T7:

$$A_s = \frac{50kN \cdot 10^3}{400MPa} = 125mm^2 \quad \frac{125mm^2}{113,1mm^2} = 1,1 \quad 2\phi 12$$

Tirant T13-T8

$$A_s = \frac{323,629kN \cdot 10^3}{400MPa} = 809,073mm^2 \quad \frac{809,073mm^2}{314,159mm^2} = 2,57 \quad 3\phi 20$$

Per acabar de dimensionar l'armadura definim, la longitud d'ancoratge del tirant T3:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m, segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ i $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2^2 = 52 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2 = 50$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{A_{snec}}{A_{sreal}} = 52 \cdot 1 \cdot \frac{863,5}{942,47} = 47,66cm$$

On $\beta=1$ ja que es fa l'ancoratge amb una prolongació recta.

Per tant la longitud d'ancoratge del tirant T3 és de 48 cm.
Les barres següents al ser cercols no es necessita longitud ancoratge.

L'armadura secundària formada per els cercols s'ha calculat de la següent manera, seguint les instruccions de EHE-08 (2008):

$$A_{se} = \frac{T3}{400MPa} = \frac{345,4kN \cdot 10^3}{400} = 863,5mm^2 \quad \frac{863,5mm^2}{4cercols} = 215,86 \frac{mm^2}{cèrcol}$$

$$cèrcol \Phi 12 = 2 \cdot 113,1 = 226,2mm^2 \quad \frac{215,86mm^2}{226,2mm^2} = 0.95 \quad c\phi 12$$

Una segona comprovació de l'armadura secundària segons la EHE-08 (2008), és la següent:

$$A_{se} = 0,001 \cdot A_c = 0,001 \cdot 1.210.391,7mm^2 = 1210,39mm^2$$

$$\frac{1210,39mm^2}{4cercols} = 302,6 \frac{mm^2}{cèrcol}$$

$$cèrcol \Phi 16 = 2 \cdot 201,06 = 402,12mm^2 \quad \frac{215,86mm^2}{402,12mm^2} = 0.53 \quad 4c\phi 16$$

Per tant l'armadura secundària seria de 4c ϕ 16

A continuació es detalla l'armadura principal i la secundària:

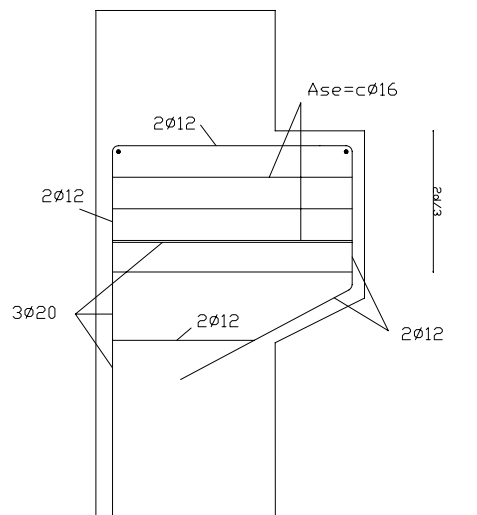


Fig. 103 Armadura principal i secundària per a la mènsula curta i segons el criteri 2.

Un cop realitzat el dimensionament de l'armadura es realitza la comprovació de les bieles es realitza seguint les mateixes prescripcions utilitzades en el criteri 1.

$$y \geq \frac{C_d}{f_{1cd} \cdot b} = \frac{C_d}{0,6 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{C_d}{0,6 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b}$$

Biela B5:

$$y = 190mm \geq \frac{480kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 400mm} = 100mm$$

Biela B9:

$$y = 181mm \geq \frac{578,909kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 400mm} = 120,6mm$$

Biela B2:

$$y = 165mm \geq \frac{763,38kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 400mm} = 159,037mm$$

Biela B14:

$$y = 92mm \geq \frac{392,726kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 400mm} = 81,818mm$$

Biela B12:

$$y = 120mm \geq \frac{84,624kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 400mm} = 17,63mm$$

6.2 Biga de gran cantell amb una obertura Tipus II.

6.2.1 Criteri 1. Tirants en qualsevol direcció:

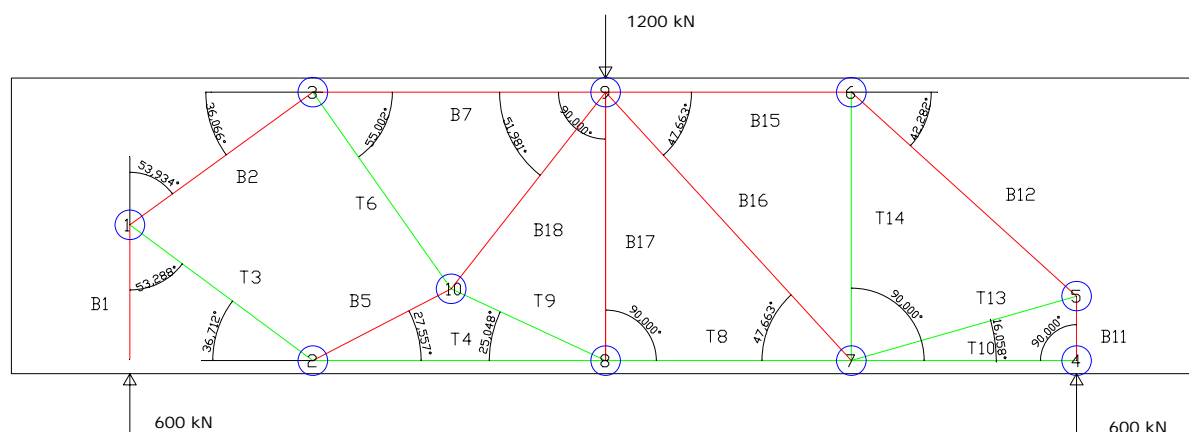
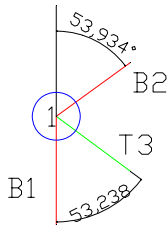


Fig. 104 Estructura de bieles i tirants per biga de gran cantell amb el criteri 1, i els angles corresponents per realitzar els equilibris dels nusos.

$$B1 = 600kN$$

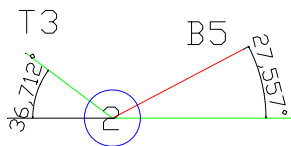
NUS 1



$$T3 = \frac{600 \cdot \sin 53,934}{[(\sin 53,238 \cdot \cos 53,934) + (\cos 53,238 \cdot \sin 53,934)]} = 507,63kN$$

$$B2 = \frac{T3 \cdot \sin 53,238}{\sin 53,934} = 503,10kN$$

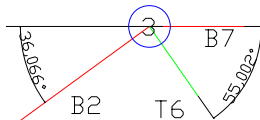
NUS 2



$$B5 = \frac{T3 \cdot \sin 36,712}{\sin 27,557} = 655,94kN$$

$$T4 = B5 \cdot \cos 27,557 + T3 \cdot \cos 36,712 = 988,47kN$$

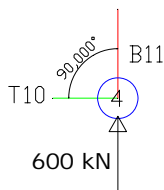
NUS 3



$$T6 = \frac{B2 \cdot \sin 36,066}{\sin 55,002} = 361,57kN$$

$$B7 = T6 \cdot \cos 55,002 + B2 \cdot \cos 36,066 = 614,05kN$$

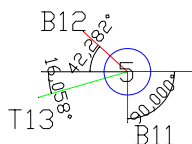
NUS 4



$$B11 = \frac{600}{\sin 90} = 600kN$$

$$T10 = B11 \cdot \cos 90 = 0kN$$

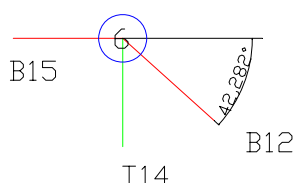
NUS 5



$$B12 = \frac{B11 \cdot \sin 90 + B11 \cdot \cos 90}{[(\sin 42,282 \cdot \cos 16,058) + (\cos 42,282 \cdot \sin 16,058)]} = 704,25kN$$

$$T13 = \frac{600 - B12 \cdot \sin 42,282}{\sin 16,058} = 521,52kN$$

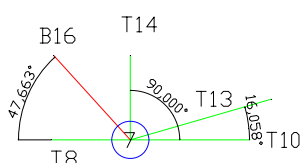
NUS 6



$$T14 = \frac{B12 \cdot \sin 42,282}{\sin 90} = 474,25kN$$

$$B15 = B12 \cdot \cos 42,282 - T14 \cdot \cos 90 = 521,52kN$$

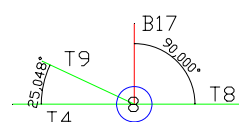
NUS 7



$$B16 = \frac{T14 \cdot \sin 90 + T13 \cdot \sin 16,058}{\sin 47,663} = 836,73kN$$

$$T8 = T10 + T13 \cdot \cos 16,058 + B16 \cdot \cos 47,663 - T14 \cdot \cos 90 = 1.064,70kN$$

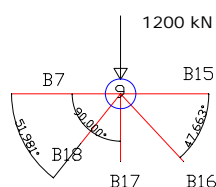
NUS 8



$$T9 = \frac{(T8 - T4) \cdot \sin 25,048}{[(\cos 25,048 \cdot \sin 90)(\sin 25,048 \cdot \cos 90)]} = 84,14kN$$

$$B17 = \frac{T9 \cdot \sin 25,048}{\sin 90} = 35,62kN$$

NUS 8



$$B18 = \frac{1200 - B17 \sin 90 - B16 \cdot \sin 47,663}{\sin 51,981} = 692,90kN$$

Càlcul de l'armadura principal i comprovació dels tallants:

$$As = \frac{T}{400MPa}$$

Tirant T3:

$$As = \frac{507,63kN \cdot 10^3}{400MPa} = 1269mm^2 \qquad \frac{1269mm^2}{490,87mm^2} = 2,58 \qquad 3\phi 25$$

Tirant T4:

$$As = \frac{988,47kN \cdot 10^3}{400MPa} = 1639,9mm^2 \qquad \frac{1639,9mm^2}{314,16mm^2} = 5,2 \qquad 6\phi 20$$

Tirant T6:

$$A_s = \frac{361,57kN \cdot 10^3}{400MPa} = 903,93mm^2 \quad \frac{903,93mm^2}{314,16mm^2} = 2,87 \quad 3\phi 20$$

$$\frac{3 \cdot 314,16mm^2}{4cèrcols} = 235,62 \frac{mm^2}{cèrcol}$$

$$cèrcol \Phi 16 = 2 \cdot 201,06 = 402,12mm^2 \quad \frac{235,62mm^2}{402,12mm^2} = 0,58 \quad 4c\phi 16$$

Disposarem per motius constructius 4 cercols de diàmetre 25.

Tirant T13:

$$A_s = \frac{521,52kN \cdot 10^3}{400MPa} = 1303,8mm^2 \quad \frac{1303,8mm^2}{490,87mm^2} = 2,66 \quad 3\phi 25$$

Tirant T14:

$$A_s = \frac{474,25kN \cdot 10^3}{400MPa} = 1185,63mm^2 \quad \frac{1185,63mm^2}{314,16mm^2} = 3,77$$

Disposem l'armadura de forma repartida:

$$\frac{4 \cdot 314,16mm^2}{3} = \frac{1256,64mm^2}{3} = 418,88mm^2 \quad \frac{418,88mm^2}{113,097mm^2} = 3,7 \quad 4\phi 12$$

Tirant T8:

$$A_s = \frac{1064,7kN \cdot 10^3}{400MPa} = 2661,75mm^2 \quad \frac{2661,75mm^2}{490,87mm^2} = 5,42 \quad 6\phi 25$$

Tirant T9:

$$A_s = \frac{84,14kN \cdot 10^3}{400MPa} = 210,14mm^2 \quad \frac{210,14mm^2}{113,09mm^2} = 1,85 \quad 2\phi 12$$

Per acabar de dimensionar l'armadura definim, la longitud d'ancoratge dels tirants :

Longitud ancoratge tirant T4:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m , segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2^2 = 52 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2 = 50$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 52 \cdot 1 \cdot \frac{1639,9}{1884,96} = 45,24 \text{ cm}$$

On $\beta=1$ ja que es fa l'ancoratge amb una prolongació recta.

Longitud ancoratge tirant T8:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m , segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2,5^2 = 81,25 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2,5 = 62,5$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 81,25 \cdot 1 \cdot \frac{2661,75}{2945,22} = 73,43 \text{ cm}$$

On $\beta=1$ ja que es fa l'ancoratge amb una prolongació recta.

Longitud ancoratge tirant T9:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m , segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 1,2^2 = 18,72 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 1,2 = 30$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 30 \cdot 1 \cdot \frac{210,14}{226,19} = 27,87 \text{ cm}$$

On $\beta=1$ ja que es fa l'ancoratge amb una prolongació recta.

Longitud ancoratge tirant T3:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m , segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2^2 = 52 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2 = 50$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 52 \cdot 0,7 \cdot \frac{1185,63}{1256,64} = 34,34 \text{ cm}$$

On $\beta=0,7$ ja que es fa l'ancoratge amb una patilla.

Longitud ancoratge tirant T13:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m , segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ i $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2,5^2 = 81,25 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2,5 = 62,5$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 81,25 \cdot 0,7 \cdot \frac{1269}{1472,61} = 49,01 \text{ qcm}$$

On $\beta=0,7$ ja que es fa l'ancoratge amb una patilla.

Un cop calculada l'armadura principal calculem la secundària cada cara:

$$A_{se} = 0,001 \cdot A_c = 0,001 \cdot 3.800.000 \text{ mm}^2 = 3800 \text{ mm}^2$$

$$A_{se} = 0,001 \cdot A_c = 0,001 \cdot 300.000 \text{ mm}^2 = 300 \text{ mm}^2$$

$$A_{se} = 0,001 \cdot A_c = 0,001 \cdot 1.200.000 \text{ mm}^2 = 1200 \text{ mm}^2$$

$$A_{seTotal} = 3800 + 300 + 1200 = 5300 \text{ mm}^2$$

A continuació es detalla l'armadura principal seguint criteris constructius:

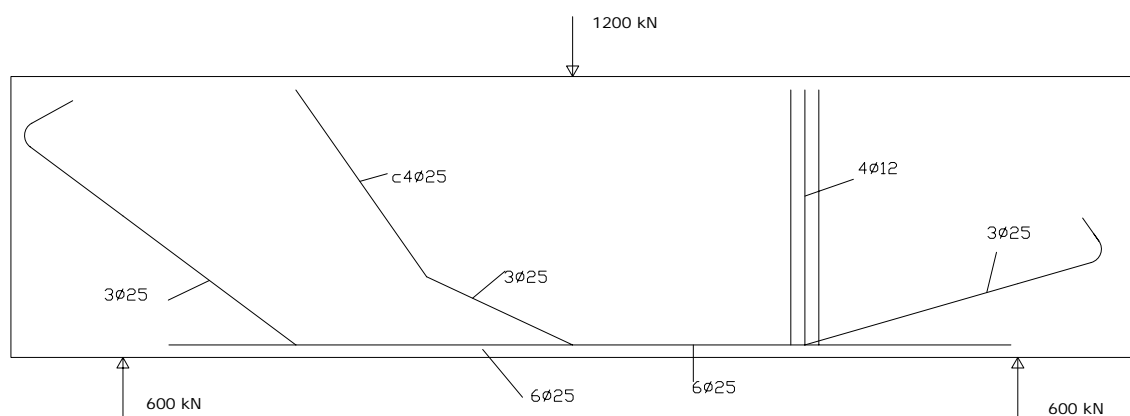


Fig. 105 Armadura principal i secundària per biga de gran cantell i segons el criteri 1.

Comprovació de les bieles:

$$y \geq \frac{C_d}{f_{lcd} \cdot b} = \frac{C_d}{0,6 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{C_d}{0,6 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b}$$

Biela B1:

$$y = 190mm \geq \frac{600kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 166,67mm$$

Biela B2:

$$y = 162mm \geq \frac{503,1kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 139,75mm$$

Biela B5:

$$y = 200mm \geq \frac{655,94kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 182,21mm$$

Biela B7:

$$y = 175mm \geq \frac{614,05kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 170,57mm$$

Biela B11:

$$y = 190mm \geq \frac{600kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 166,67mm$$

Biela B12:

$$y = 250mm \geq \frac{704,91kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 195,81mm$$

Biela B15:

$$y = 310mm \geq \frac{521,52kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 144,87mm$$

Biela B16:

$$y = 416mm \geq \frac{830,73kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 230,75mm$$

Biela B17:

$$y = 90mm \geq \frac{35,62kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 8,89mm$$

Biela B18:

$$y = 262\text{mm} \geq \frac{692,91\text{kN} \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20\text{PMa} \cdot 300\text{mm}} = 192,5\text{mm}$$

6.2.2 Criteri 2. Tirants horitzontals i verticals:

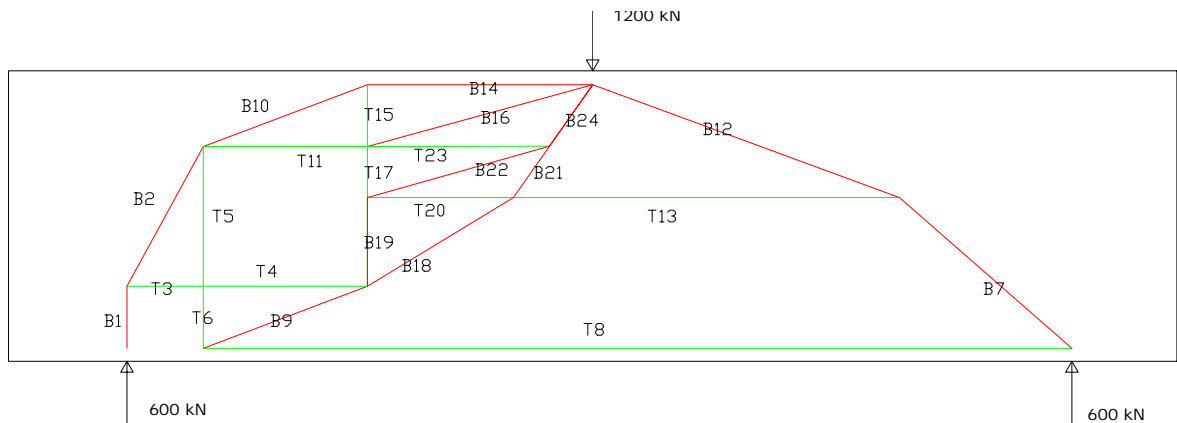
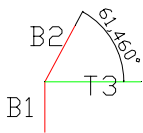


Fig. 106 Estructura de bieles i tirants per biga de gran cantell amb el criteri 2, i els angles corresponents per realitzar els equilibris dels nusos.

$$B1 = 600\text{kN}$$

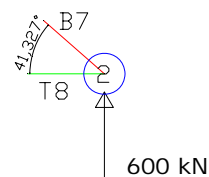
NUS 1



$$B2 = \frac{600}{\sin 61,46} = 683\text{kN}$$

$$T3 = B2 \cdot \cos 61,46 = 326,32\text{kN} \quad T3 = T4$$

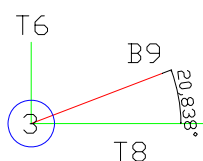
NUS 2



$$B7 = \frac{600}{\sin 41,327} = 908,6\text{kN}$$

$$T8 = B7 \cdot \cos 41,327 = 682,32\text{kN}$$

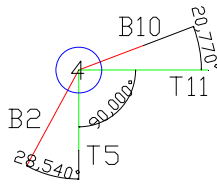
NUS 3



$$B9 = \frac{T8}{\cos 20,838} = 730,07\text{kN}$$

$$T6 = B9 \cdot \sin 20,838 = 259,71\text{kN} \quad T5 = T6$$

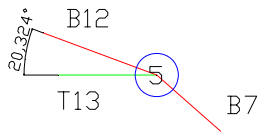
NUS 4



$$B10 = \frac{B2 \cdot \cos 28,54 - T5}{\sin 20,77} = 959,61kN$$

$$T11 = B10 \cdot \cos 20,77 - B2 \cdot \sin 28,54 = 570,93kN$$

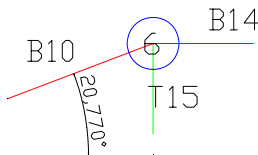
NUS 5



$$B12 = \frac{B7 \cdot \sin 41,327}{\sin 20,324} = 1727,47kN$$

$$T13 = B12 \cdot \cos 20,324 = 937,61kN$$

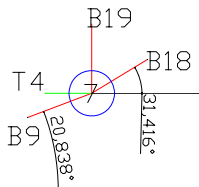
NUS 6



$$B14 = B10 \cdot \cos 20,77 = 897,25kN$$

$$T15 = B10 \cdot \sin 20,77 = 340,29kN$$

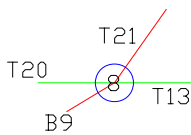
NUS 7



$$B18 = \frac{B9 \cdot \cos 20,838 - T4}{\cos 31,416} = 417,15kN$$

$$B19 = B18 \cdot \sin 31,416 - B9 \cdot \sin 20,838 = 42,27kN$$

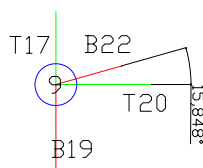
NUS 8



$$B21 = \frac{B183 \sin 31,416}{\sin 55,067} = 265,23kN$$

$$T20 = T13 + B18 \cdot \cos 31,416 - B21 \cdot \cos 55,067 = 1141,73kN$$

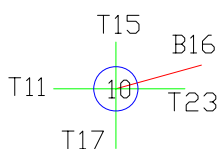
NUS 9



$$B22 = \frac{T20}{\cos 15,848} = 1186,85kN$$

$$T17 = B22 \cdot \sin 15,848 - B19 = 281,85kN$$

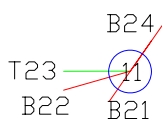
NUS 10



$$B16 = \frac{T15 - T17}{\sin 15,429} = 219,69kN$$

$$T23 = T11 + B16 \cdot \cos 15,429 = 782,71kN$$

NUS 11



$$B24 = \frac{B22 \cdot \sin 15,848 + B21 \cdot \sin 55,067}{\sin 55,067} = 395,343kN$$

Càlcul de l'armadura principal i comprovació dels tallants:

$$As = \frac{T}{400MPa}$$

Tirant T3-T4:

$$As = \frac{326,32kN \cdot 10^3}{400MPa} = 815,8mm^2 \quad \frac{815,8mm^2}{314,16mm^2} = 3 \quad 3\phi 20$$

Tirant T8:

$$As = \frac{682,32kN \cdot 10^3}{400MPa} = 1705,8mm^2 \quad \frac{1705,8mm^2}{490,87mm^2} = 3,48 \quad 4\phi 25$$

Tirant T5-T6:

$$As = \frac{259,71kN \cdot 10^3}{400MPa} = 649,28mm^2 \quad \frac{649,28mm^2}{201,06mm^2} = 3,23 \quad 4\phi 16$$

Tirant T11:

$$As = \frac{570,93kN \cdot 10^3}{400MPa} = 1427,33mm^2 \quad \frac{1427,33mm^2}{490,87mm^2} = 2,9 \quad 3\phi 25$$

Tirant T15:

$$As = \frac{340,29kN \cdot 10^3}{400MPa} = 850,73mm^2 \quad \frac{850,73mm^2}{201,06mm^2} = 4,23$$

$$\frac{850mm^2}{4cèrcols} = 212,5 \frac{mm^2}{cèrcol}$$

$$cèrcol \Phi 16 = 2 \cdot 201,06 = 402,12mm^2 \quad \frac{212,5mm^2}{402,12mm^2} = 0,53 \quad 4c\phi 16$$

Tirant T20:

$$A_s = \frac{1141,73kN \cdot 10^3}{400MPa} = 2854,33mm^2 \quad \frac{2854,33mm^2}{490,87mm^2} = 5,8 \quad 6\phi 25$$

Tirant T17:

$$A_s = \frac{281,85kN \cdot 10^3}{400MPa} = 704,63mm^2 \quad \frac{704,63mm^2}{201,06mm^2} = 3,5 \quad 4\phi 16$$

Tirant T23:

$$A_s = \frac{782,71kN \cdot 10^3}{400MPa} = 1956,78mm^2 \quad \frac{1956,78mm^2}{490,87mm^2} = 3,9 \quad 4\phi 25$$

Tirant T13:

$$A_s = \frac{937,6kN \cdot 10^3}{400MPa} = 2344mm^2 \quad \frac{2344mm^2}{490,87mm^2} = 4,7 \quad 5\phi 25$$

Per acabar de dimensionar l'armadura definim, la longitud d'ancoratge dels tirants:

Longitud ancoratge tirant T3-T4:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m, segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2^2 = 52 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2 = 50$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{A_{s nec}}{A_{s real}} = 52 \cdot 0,7 \cdot \frac{815,8}{942,5} = 36cm$$

On $\beta = 0,7$ ja que es fa l'ancoratge amb una patilla.

Longitud ancoratge tirant T8:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m, segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2,5^2 = 81,25 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2,5 = 62,5$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 81,25 \cdot 0,7 \cdot \frac{1705,8}{1963,48} = 49,4 \text{ cm}$$

On $\beta = 0,7$ ja que es fa l'ancoratge barres.

Hem de col·locar barres de reforç en el recolzament

$$\frac{As = 1705,8}{4 \text{ Barres}} = 426,45 \text{ mm}^2 / \text{barres} \quad \frac{426,45}{314,15} = 1,35 \quad 2\phi 20$$

Longitud ancoratge tirant T5-T6:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m, segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 1,6^2 = 33,28 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 1,6 = 40$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 40 \cdot 0,7 \cdot \frac{649,28}{804,24} = 22,6 \text{ cm}$$

On $\beta = 0,7$ ja que es fa l'ancoratge amb patilla.

Longitud ancoratge tirant T11:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m, segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2,5^2 = 81,25 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2,5 = 62,5$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 81,25 \cdot 0,7 \cdot \frac{1427,33}{1472,61} = 55,12 \text{ cm}$$

On $\beta = 0,7$ ja que es fa l'ancoratge amb patilla.

Longitud ancoratge tirant T20:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m, segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2,5^2 = 81,25 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2,5 = 62,5$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 81,25 \cdot 1 \cdot \frac{2854,33}{2945,22} = 78,74 \text{ cm}$$

On $\beta=1$ ja que es fa l'ancoratge amb prolongació recta

Longitud ancoratge tirant T13:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m, segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2,5^2 = 81,25 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2,5 = 62,5$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 81,25 \cdot 1 \cdot \frac{2344}{2450} = 77,7 \text{ cm}$$

On $\beta=1$ ja que es fa l'ancoratge amb prolongació recta.

Longitud ancoratge tirant T17:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m, segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 1,6^2 = 33,28 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 1,6 = 40$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 40 \cdot 1 \cdot \frac{704,63}{804,24} = 35,04 \text{ cm}$$

On $\beta=1$ ja que es fa l'ancoratge amb prolongació recta.

Longitud ancoratge tirant T23:

Per determinar aquesta longitud, trobem el valor de m, segons la EHE-08 (2008), aquest valor és de 13 per $f_{ck} = 30$ MPa i $f_{yk} = 500$ MPa.

$$l_b = m \cdot \phi^2 = 13 \cdot 2,5^2 = 81,25 > \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi = \frac{500}{20} \cdot 2,5 = 62,5$$

$$l_{neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{As_{nec}}{As_{real}} = 81,25 \cdot 1 \cdot \frac{1956,78}{1963,48} = 80,9 \text{ cm}$$

On $\beta=1$ ja que es fa l'ancoratge amb prolongació recta.

Un cop calculada l'armadura principal calculem la secundària cada cara:

$$A_{se} = 0,001 \cdot A_c = 0,001 \cdot 3.800.000 \text{ mm}^2 = 3800 \text{ mm}^2$$

$$A_{se} = 0,001 \cdot A_c = 0,001 \cdot 300.000 \text{ mm}^2 = 300 \text{ mm}^2$$

$$A_{se} = 0,001 \cdot A_c = 0,001 \cdot 1.200.000 \text{ mm}^2 = 1200 \text{ mm}^2$$

$$A_{seTotal} = 3800 + 300 + 1200 = 5300 \text{ mm}^2$$

A continuació es detalla l'armadura principal:

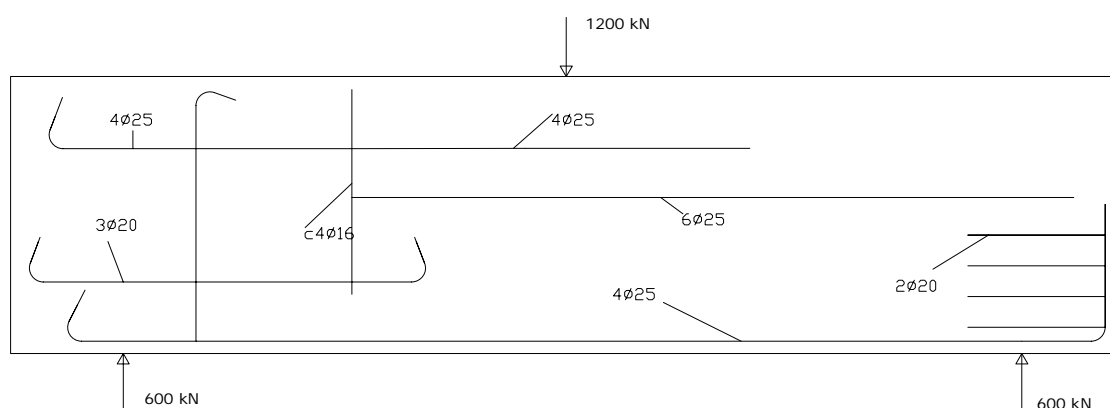


Fig. 107 Armadura principal i secundària per biga de gran cantell i segons el criteri 2.

Comprovació de les bieles:

$$y \geq \frac{C_d}{f_{lcd} \cdot b} = \frac{C_d}{0,6 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{C_d}{0,6 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b}$$

Biela B1:

$$y = 190 \text{ mm} \geq \frac{600 \text{ kN} \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 300 \text{ mm}} = 166,67 \text{ mm}$$

Biela B2:

$$y = 209mm \geq \frac{682,99kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 189,72mm$$

Biela B7:

$$y = 300mm \geq \frac{908,6kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 252,4mm$$

Biela B9:

$$y = 235mm \geq \frac{730,07kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 202,8mm$$

Biela B10:

$$y = 273mm \geq \frac{959,6kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 266,55mm$$

Biela B12:

$$y = 490mm \geq \frac{1727,47kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 479,85mm$$

Biela B14:

$$y = 250mm \geq \frac{897,25kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 249,24mm$$

Biela B18:

$$y = 190mm \geq \frac{417,15kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 115,88mm$$

Biela B21:

$$y = 147mm \geq \frac{265,23kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 73,68mm$$

Biela B22:

$$y = 340mm \geq \frac{1186,85kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 329,68mm$$

Biela B16:

$$y = 70mm \geq \frac{219,69kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 61,03mm$$

Biela B24:

$$y = 170mm \geq \frac{395,34kN \cdot 10^3}{0,6 \cdot 20PMa \cdot 300mm} = 109,82mm$$

7 CONCLUSIONS

7.1 Conclusions extretes de la realització de la tesina.

Aquesta tesina es basa en l'estudi i l'avaluació del programa SAT (Strut-and-Tie). La finalitat d'aquest programa consisteix en crear una eina que proporcioni l'estructura interna de bieles i tirants per poder dimensionar una estructura. El programa inclou una metodologia per a la generació automàtica de camps de compressió i tracció que defineixen les bieles i tirants de les regions D. El mètode es basa en criteris energètics per generar las gelosies equivalents a partir d'anàlisis elàstics. El programa es concentra especialment en el dimensionament de regions D, regions o estructures on no es aplicable la teoria general de flexió. Tot i així, els principis generals del programa SAT es basen en el de bieles i tirants. El fet d'utilitzar aquest mètode i que aquests mètode sigui un mètode general de càlcul, fa que el programa també pogués ser útil per el càlcul d'estructures en regions B, on són aplicables altres mètodes de càlcul.

Centrant-nos especialment en les regions D, les regions d'estudi aplicades durant la realització d'aquesta tesina, i un cop realitzat l'anàlisi amb el programa SAT, podem concloure el següent:

- Una de les conclusions principals, es que el mètode et proporciona estructures interna de bieles i tirants factibles para regions D.
- El mètode inclou un criteri per produir armats en sentit vertical i horitzontal que es generen en base a criteris energètics sense predefinir armadures inicials. En els casos estudiats en aquesta tesina, aquest criteri va proporcionar armadures adequades complint amb l'objectiu inicial de considerar solucions més fàcils de construir.
- El programa basa el seu anàlisi mitjançant les dades obtingudes dels elements finits que formen les regions D d'estudi. Com a regla general, com més elements finits es tractin, menor serà l'error que es produirà en el càlcul. En el nostre cas, podem concloure, que com menor sigui la mida de la malla, més nusos (elements finits) es formen i en conseqüència menys error es produirà. Per tant amb un nombre infinit de nusos s'aconseguiria el resultat exacte.
- En conseqüència amb el comentari anterior, es evident que no es possible aconseguir un nombre infinit de nusos i per tant hem de trobar una relació on els errors siguin mínims i acceptables.
- En el capítol 5, on es realitza l'estudi de la influència de la malla, s'ha trobat una relació per trobar una mida de malla adient perquè els resultats siguin fiables. Amb els resultats obtinguts podem concloure que la mida de malla de

$L_{ref}/20$ proporciona uns bons resultats i que aquesta mida de la malla hauria de ser superior a $L_{ref}/10$.

- Aquesta relació entre una longitud i el numero de nusos existents en aquesta longituds, ens indica que la proporció entre les dues influeix en la mida de la malla i alhora en els resultats que s'obtenen.
- En els gràfics obtinguts del processament de les dades amb el programa SAT, s'han observat aquestes relacions i els errors que es produïen en les mides superiors. Per exemple, s'ha observat que a mides més grans de malles, la superfície de les bieles i tirants augmenta considerablement. De la mateixa manera succeeix amb els punts aplicació de les càrregues puntuals. Aquests punts no es mouen de posició, però si que augmenten la seva zona d'influència.

En la realització d'aquesta tesina, també s'han observat problemàtiques en relació a la utilització del programa SAT, que es descriuen a continuació:

- Primerament cal esmentar que per poder utilitzar el programa SAT pròpiament dit, cal generar las malles elements finits per a realitzar els anàlisis necessaris. És d'utilitat disposar d'algun programa que realitzi el mallat de forma automàtica, especialment quan els models tenen molts elements. En el nostre cas hem utilitzat el programa GID 9.0.2 per generar las malles estudiades.
- Un cop realitzat el càlcul amb el programa SAT, el mateix programa et proporciona els gràfics on es representen les compressions, traccions i l'eficiència de dites compressions i traccions. Aquest gràfics graduats permeten observar les bieles i els tirants formats, però tenen l'inconvenient que en molts casos cal graduar-los manualment perquè aquestes bieles i tirants siguin apreciables. Tot i la possible graduació manual, si les tensions entre unes bieles o tirants i altres són molt diferents provoca que aquestes bieles i tirants on les tensions són molt petites no siguin apreciables en els gràfics.
- Un cop obtingudes les estructures internes de les regions, aquestes s'utilitzen per el càlcul de les tensions en les diverses bieles i tirants. Alhora de realitzar aquest càlcul s'ha observat que un mínim canvi dels angles de l'estructura, fa que l'estructura sigui estable. Per tant un cop trobada l'estructura interna de bieles i tirants amb el programa SAT, cal acabar d'ajustar les diverses bieles i tirants per aconseguir que l'estructura sigui l'estable i calcular les tensions existents en cada barra.
- Una altre problemàtica que s'ha trobat, recau en que les estructures on les regions D són molt grans y el problema de regió D a estudiar és d'una escala menor. En aquest cas es requereix una malla molt fina per descriure els camps de compressió i de tracció adequadament. Una alternativa factible és subdividir la regió D gran en altres més petites, aïllant els cossos lliures de cada una, i realitzant models locals.

7.2 Futures línies d'investigació.

Les futures línies d'investigació anirien al voltant de poder resoldre els petits problemes que actualment presenta el programa SAT. D'aquesta manera resultaria una eina eficaç per poder dimensionar i dissenyar regions D, que en l'actualitat es construeixen sobre dimensionades per raons de seguretat ja que es desconeix el seu mecanisme de funcionament.

Com ja s'ha esmentat en el punt anterior, les millores del programa recorrien principalment en el gràfics obtinguts amb aquests. Es podria millorar la qualitat d'aquets, variant la graduació de colors automàticament, per ajustar-se el màxim possible al resultats reals. Dibuixant tant les barres que assoleixen moltes tensions com aquelles que tot i que resulten necessàries, la seva influència és menor.

Una altra línia d'investigació i actualització del programa podria recaure, en que el mateix processament de les estructures de bieles i tirants arribes a proporcionar l'espessor exacte existent de les bieles, així com els valors de les tensions de compressió i de tracció que s'assoleixen en les diverses bieles i els tirats proporcionats per el programa.

Un cop aconseguits aquests objectius existeixen altres programes que de forma directa poden calcular les armadures i realitzar les comprovacions d'acord a la normativa vigent.

Aconseguits aquestes millores, es despondria d'una eina ràpida i eficaç capaç de dissenyar amb seguretat elements que comprenen les regions D i fins i tot es podrien extrapolar a altre part d'estructura donat que el mètode de bieles i tirants es un mètode general dels mètodes de flexió utilitzats per les regions B.

Tot i aquestes millores esmentades, com a conclusió final, podem dir que el programa SAT, es podria utilitzar per trobar amb prou claredat estructures de bieles i tirants especialment en regions D.

Per una altre banda, seria interessant estudiar la influència dels armats obtinguts amb diferents esquemes de bieles i tirants en el comportament en servei de les regions D, ja que és un tema no abastat per les normatives actuals i per el què el mètode, en un principi, no és aplicable ja que es basa en la teoria de Plasticitat. De la mateixa manera, és interessant investigar la seguretat real d'aquests elements, bé mitjançant experimentació o aplicant tècniques d'anàlisi no-lineal d'estructures.

Aquest avanç és prou importat, ja que en l'actualitat no existeix cap altre programa que proporioni l'estructura interna d'aquestes regions. I especialment si només es parteixen de les dades de la geometria de la regió, de les característiques del formigó i del acer amprat i les càrregues actuant en la regió.

8 BIBLIOGRAFIA

EHE-08 (2008), *Instrucción de Hormigón Estructural*. Comisión permanente del Hormigón. Ministerio de Fomento Madrid.

Garrido, A. (2003), “El método de bielas y tirantes”, *La EHE explicada por sus autores*. Leynfor Siglo XXI

Kuchma, D. (2005). *Design of A Double Corbel Using CAST per ACI 318-02 Appendix A, SI Units*. University of Illinois at Urbana – Champaign. Web site: <http://dankuchma.com/stm/>

Maxwell B.S. and Breen J. E. (2000), *Experimental Evaluation of Strut and Tie Model Applied to Deep Beam with Opening*, ACI Structural Journal, Vol. 97. No. 1, pp. 142, 149.

Miguel Sosa, Pedro F. et Al. (2009), *Proyecto de estructuras de hormigón mediante el método de bielas y tirantes*. 2a Edición. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia Ediciones.

Schlaich, J., Schafer K and Jennewein M. (1987). *Towards a Consistent Design of Structural Concrete*, PCI Journal. May-June.

9 ALTRA BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

Adebar P. and Zhou L. (1996), *Design of Deep Pile Caps by Strut-and-Tie Models*, ACI Structural Journal, Vol. 93, No. 4, pp. 1-12.

Bairán, J.M. (2009). *El método de las bielas y tirantes*. Apuntes de la asignatura “Hormigón II”, Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos. ETSECCPB-UPC.

Calavera, J. (1999). *Una novedad en la EHE: el método de las bielas y tirantes*. Cuadernos Intermac No. 34, 2º trimestre.

Park, R. i Paulay, T. (1979). *Estructuras de concreto reforzado*. México DF, Limusa